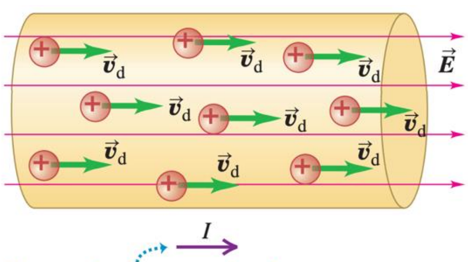
Corriente eléctrica

Una corriente es cualquier movimiento de carga de una región a otra.
Definimos que la corriente, denotada por I, va en la dirección en la cual hay un flujo de carga positiva. Por ello, las corrientes se describen como si consistieran por completo en un flujo de carga positiva. Entonces, en la figura a) la corriente es hacia la derecha. Esta elección o convención sobre la dirección del flujo de la corriente se llama corriente convencional. Aunque la dirección de la corriente convencional no es necesariamente la misma en que se desplazan en realidad las partículas con carga, veremos que el signo de las cargas en movimiento tiene poca importancia en el análisis de los circuitos eléctricos.

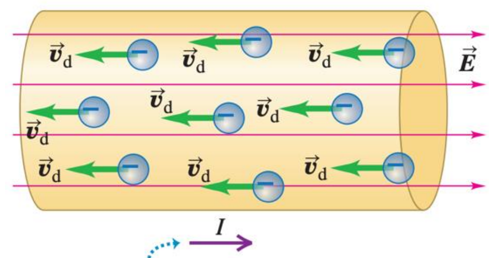
La misma corriente es producida por

a) Cargas positivas que se mueven en la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$



Una **corriente convencional** se trata como un flujo de cargas positivas, sin importar si las cargas libres en el conductor son positivas, negativas o ambas.

b) El mismo número de cargas negativas que se mueven en la dirección opuesta a $\vec{E}$



En un conductor metálico, las cargas en movimiento son electrones, pero la *corriente* aún apunta en la dirección en que fluirían las cargas positivas.

La corriente no es un vector. Aunque nos referimos a la *dirección* de una corriente, la corriente, tal como está definida *no* es una cantidad vectorial. En una varilla portadora de corriente, la corriente siempre va a lo largo de la longitud de la varilla, sin importar si esta es recta o curva. Ningún vector podría describir el movimiento a lo largo de una trayectoria curva, y por eso la corriente no es un vector. La unidad para la corriente es el **ampere**, el cual se define como *un coulomb por segundo*$(1\ A = 1\ C/s)$.

La corriente *por unidad de área de la sección transversal* se denomina **densidad de corriente** $\boldsymbol{J}$

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

Las unidades de la densidad de corriente son amperes por metro cuadrado (A/m^2).
Si las cargas en movimiento son negativas en vez de positivas, como en la figura b), la velocidad de arrastre es opuesta a $\vec{E}$. Sin embargo, la corriente aún tiene la misma dirección que $\vec{E}$ en cada punto del conductor. Entonces, la corriente $\boldsymbol{I}$ y la densidad de corriente $\boldsymbol{J}$ no dependen del signo de la carga, por lo que en las expresiones la carga q se sustituye por su valor absoluto $|q|$:

$$J = \frac{I}{A} = n|q|v_d \quad \text{(expresión general para la densidad de corriente)}$$

La corriente en un conductor es el producto de la concentración de las partículas cargadas en movimiento, la magnitud de la carga de cada una de esas partículas, la magnitud de la velocidad de arrastre y el área de la sección transversal del conductor. Se define también el vector densidad de corriente $\vec{J}$ que incluye la dirección de la velocidad de arrastre:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \text{(vector densidad de corriente)}$$

La **resistividad** ρ de un material se define como la razón de las magnitudes del campo eléctrico y la densidad de corriente:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad \text{(definición de resistividad)}$$

Cuanto mayor sea la **resistividad**, mayor será el campo necesario para causar una densidad de corriente determinada, o menor será la densidad de corriente ocasionada por un campo dado. Las unidades de ρ son $(Vm)/(A/m^2) = V \cdot m/A$ y (V/A) se conoce como un *ohm* (1 Ω). Las unidades del SI para ρ son $\Omega \cdot m$ (ohm-metros). Un conductor perfecto tendría una **resistividad** igual a cero; y un aislante perfecto tendría **resistividad** infinita. El recíproco de la **resistividad** es la **conductividad**.

La razón de V a I para un conductor particular se llama **resistencia** R:

$$R = \frac{V}{I}$$

Al comparar esta definición de R se observa que la resistencia R de un conductor específico se relaciona con la resistividad ρ del material mediante

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad \text{(relación entre la resistencia y la resistividad)}$$

Si ρ es constante, como en el caso de los materiales óhmicos, entonces también lo es R. Entonces la ecuación queda como:

$$V = IR \quad \text{(relación entre voltaje, corriente y resistencia)}$$

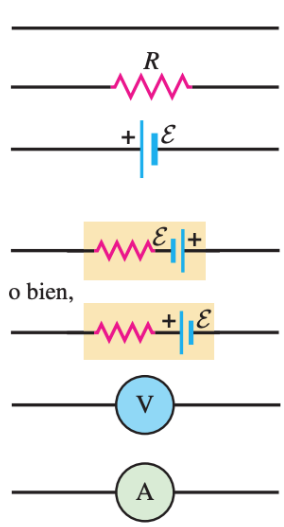
Esta expresión suele conocerse como la **Ley de Ohm**.

El dispositivo de un circuito hecho para tener un valor específico de resistencia entre sus extremos se llama **resistor**.

Símbolos en los diagramas de circuitos

Una parte importante del análisis de un circuito eléctrico consiste en realizar el *diagrama del circuito*. La tabla muestra los símbolos usuales que se emplean en los diagramas de circuito. Por lo general, se supone que los alambres que conectan los diversos elementos del circuito tienen una resistencia despreciable; la diferencia de potencial entre los extremos de un alambre de este tipo es igual a cero.

Símbolos para diagramas de circuitos



Conductor con resistencia despreciable

Resistor

Fuente de fem (la línea vertical más larga representa la terminal positiva, por lo general aquella con el mayor potencial)

Fuente de fem con resistencia interna *r* (la *r* se puede colocar en cualquier lado)

Voltímetro (mide la diferencia de potencial entre sus terminales)

Amperímetro (mide la corriente que pasa a través de él)

La relación de transferencia de energía por unidad de tiempo es la *potencia*, y se denota mediante la letra P; por lo tanto, escribimos

$$P = V_{ab} I$$

La unidad de V_{ab} es un volt, o un joule por coulomb, y la unidad de I es un ampere, o un coulomb por segundo. Entonces, la unidad de $P = V_{ab} I$ es un Watt, como debería ser:

$$(1\, J/C)(1\, C/s) = 1\, J/s = 1\, W$$

Potencia de entrada en una resistencia pura

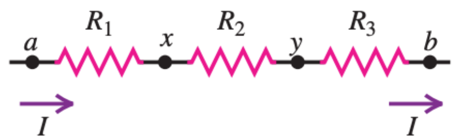
Si el elemento del circuito es un resistor, la diferencia de potencial es $V_{ab} = IR$. La potencia eléctrica entregada al resistor por el circuito es:

$$P = V_{ab} I = I^2 R = \frac{{V_{ab}}^2}{R}$$

Resistores en Serie y en Paralelo

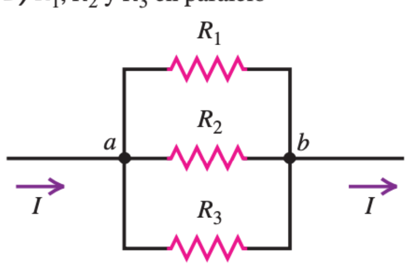
Es frecuente que tales circuitos contengan varios resistores, por lo que es adecuado considerarlos como combinaciones de resistores. Suponga que se tienen resistores con resistencias R_1, R_2 y R_3. Cuando se conectan en secuencia varios elementos de circuito, como resistores en la figura a), baterías y motores y existe una sola trayectoria de corriente entre los puntos, se dice que están conectados en **serie**.

a) R_1, R_2 y R_3 en serie

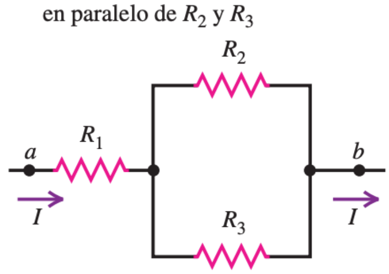


Se dice que los resistores de la figura b) están conectados en paralelo entre los puntos a y b, porque cada resistor ofrece una trayectoria alternativa entre los puntos. Para los elementos de circuito conectados en paralelo, la *diferencia de potencial* siempre es la misma a través de cada elemento. En la figura c), los resistores R_2 y R_3 se encuentran en paralelo y esta combinación está en serie con R_1. En la figura d), R_2 y R_3 están en serie y esta combinación se encuentra en paralelo con R_1.

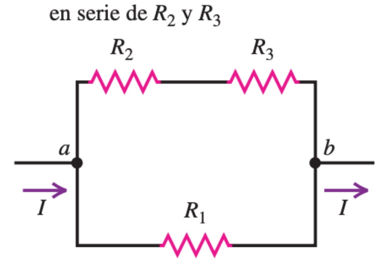
b) R_1, R_2 y R_3 en paralelo



c) R_1 en serie con una combinación en paralelo de R_2 y R_3



d) R_1 en paralelo con una combinación en serie de R_2 y R_3



Para cualquier combinación de resistores, siempre es posible encontrar un resistor *único* que podría reemplazar la combinación y dar como resultado la misma corriente y diferencia de potencial totales. La resistencia de este resistor único se llama **resistencia equivalente** de la combinación. Si se reemplazara cualquiera de las redes de las figuras por su resistencia equivalente R_{eq}, se podría escribir:

$$V_{ab} = IR_{eq} \; o \; bien, \quad R_{eq} = \frac{V_{ab}}{I}$$

Donde V_{ab} es la diferencia de potencial entre las terminales a y b de la red e I es la corriente en el punto a o b. Para calcular una resistencia equivalente, se supone una diferencia de potencial V_{ab} a través de la red real, se calcula la corriente I correspondiente y se obtiene la razón $\frac{V_{ab}}{I}$

Resistores en serie

Si los resistores están en serie, como en la figura a), la corriente I debe ser la misma en todos ellos. Al aplicar $V = IR$ a cada resistor, se obtiene:

$$V_{ax} = IR_1 \qquad V_{xy} = IR_2 \qquad V_{yb} = IR_3$$

Las diferencias de potencial a través de cada resistor no serán ser las mismas, pero la corriente sí lo es. La diferencia de potencial V_{ab} a través de toda la combinación es la suma de estas diferencias de potencial individuales:

$$V_{ax} = V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

por lo que:

$$\frac{V_{ab}}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

La razón $\frac{V_{ab}}{I}$ es, por definición, la resistencia equivalente R_{eq}. Por lo tanto:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

Es fácil generalizar esto a cualquier número de resistores:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots \quad \text{(resistores en serie)}$$

Resistores en paralelo

Si los resistores están en paralelo, como en la figura b), la corriente a través de cada resistor no necesita ser la misma. Pero la diferencia de potencial entre las terminales de cada resistor debe ser la misma e igual a V_{ab}. Denotemos las corrientes en los tres resistores como $I_1,\ I_2,\ I_3$. Luego, puesto que $I = \frac{V}{R}$

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} \qquad I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2} \qquad I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}$$

En general, la corriente es diferente a través de cada resistor. Como la carga no se acumula o escapa del punto a, la corriente total I debe ser la suma de las tres corrientes en los resistores:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \quad \text{o bien,} \quad \frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Pero por definición de la resistencia equivalente, $R_{eq}\ \frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_{eq}}$, por lo que:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

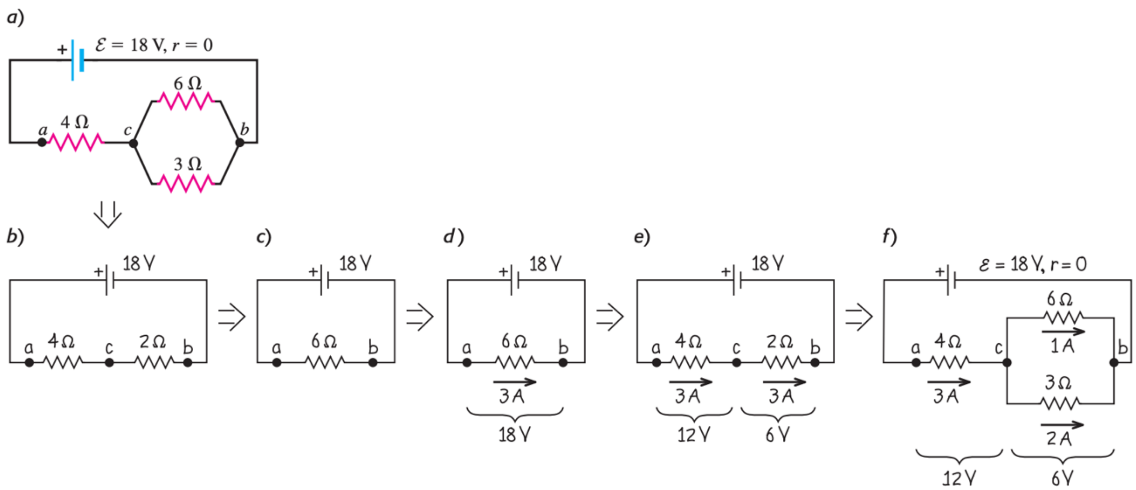
De nuevo, es fácil generalizar a cualquier número de resistores en paralelo:

$$R_{eq} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots)^{-1} \quad \text{(resistores en paralelo)}$$

Resistencia Equivalente

Calcule la resistencia equivalente de la red que se ilustra en la figura y la corriente en cada resistor. La fuente tiene resistencia interna insignificante.

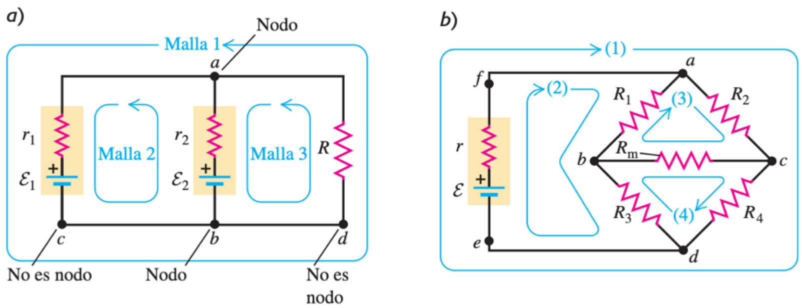
Etapas para reducir una combinación de resistores a un solo resistor equivalente y calcular la corriente en cada resistor.



Reglas de Kirchhoff

Muchas redes prácticas de resistores no se pueden reducir a combinaciones sencillas en serie y en paralelo. La figura es un circuito “puente”, que se utiliza en muchos tipos diferentes de medición y sistemas de control. Para calcular las corrientes en esa clase de redes usaremos las técnicas de Kirchhoff.

En primer lugar, presentamos dos términos que usaremos con frecuencia. **Un nodo** (o **unión**) en un circuito es el punto en que se unen tres o más conductores. Una **malla** es cualquier trayectoria cerrada de conducción. En la figura a) los puntos a y b son nodos, pero los puntos c y d no lo son; en la figura b), los puntos a, b, c y d son nodos, pero los puntos e y f no lo son. Las líneas en color azul de las figuras ilustran algunas mallas posibles en estos circuitos.



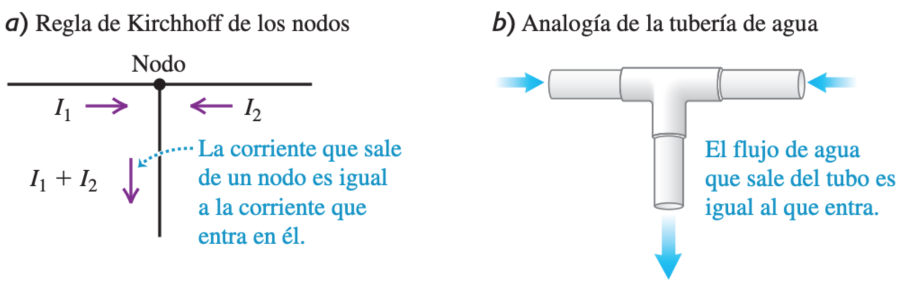
Las reglas de Kirchhoff consisten en los dos siguientes enunciados:

Regla de Kirchhoff de los Nodos: *La suma algebraica de las corrientes en cualquier nodo es igual a cero*. Es decir,

$$\sum I = 0 \text{ (regla de los nodos, válida en cualquier nodo)}$$

Regla de Kirchhoff de las mallas: *La suma algebraica de las diferencias de potencial en cualquier malla*, *debe ser igual a cero*. Es decir,

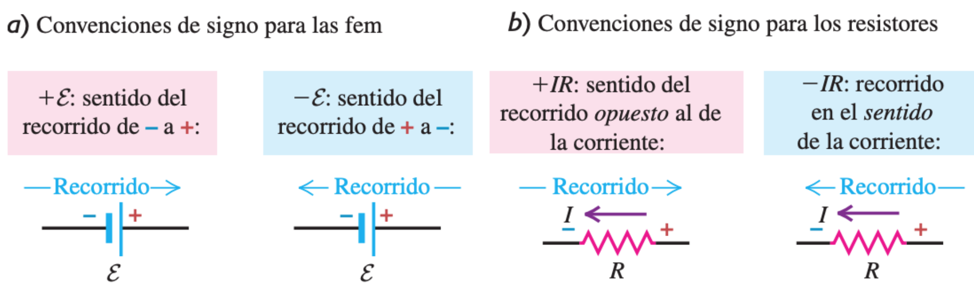
$$\sum V = 0 \qquad \text{(regla de las mallas, válida para cualquier malla cerrada)}$$



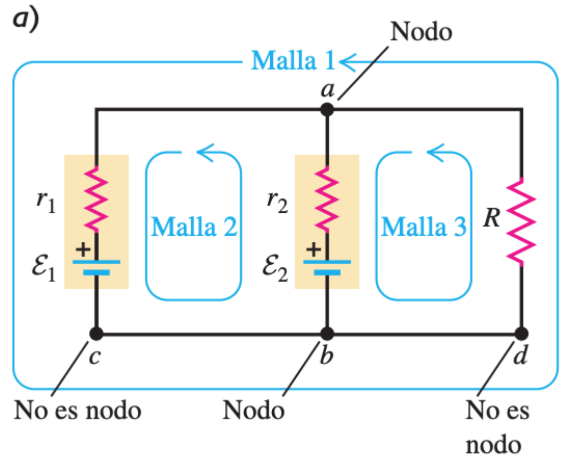
Convenciones de signo para la regla de las mallas

Para aplicar la regla de las mallas, se necesitan algunas convenciones de signos.

Primero suponga un sentido de la corriente en cada ramal del circuito e indíquelo en el diagrama correspondiente. En seguida, a partir de cualquier punto del circuito, realice un recorrido imaginario alrededor de la malla sumando las fuentes y los IR conforme los encuentre. Cuando se pasa a través de una fuente en la dirección de $- \ a \ +$, la fuente se considera *positiva*; cuando se va de $+ \ a \ -$, la fuente se considera *negativa*. Cuando se va a través de un resistor en el *mismo* sentido que el que se supuso para la corriente, el término IR es *negativo* porque la corriente avanza en el sentido del potencial decreciente. Cuando se pasa a través de un resistor en el sentido que se supuso *opuesto* a la corriente, el término IR *es positivo* porque representa un aumento de potencial.



Una red compleja



Calcule la corriente en cada resistor y la resistencia equivalente de la red de cinco resistores.
Hay cinco corrientes desconocidas, pero aplicando la regla de los nodos en a y b es posible representarlas en términos de tres comentes desconocidas. I_1, I_2, I_3 como se muestra en la figura.

Se aplica la regla de las mallas a las tres mallas mostradas:

$$13\,V - I_1(1\,\Omega) - (I_1 - I_3)(1\,\Omega) = 0 \quad (1)$$
$$-I_2(1\,\Omega) - (I_2 - I_3)(2\,\Omega) + 13V = 0 \quad (2)$$
$$-I_1(1\,\Omega) - I_3(1\,\Omega) + I_2(1\,\Omega) = 0 \quad (3)$$

Una manera de resolver estas ecuaciones simultáneas es despejar I_2 de la ecuación (3), con lo que se obtiene $I_2 = I_1 + I_3$ y luego se sustituye esta expresión en la ecuación (2) para eliminar I_2. Entonces, tenemos

$$13\,V = I_1(2\,\Omega) - I_3(1\,\Omega) \quad (1')$$
$$13V = I_1(3\,\Omega) + I_3(5\,\Omega) \quad (2')$$

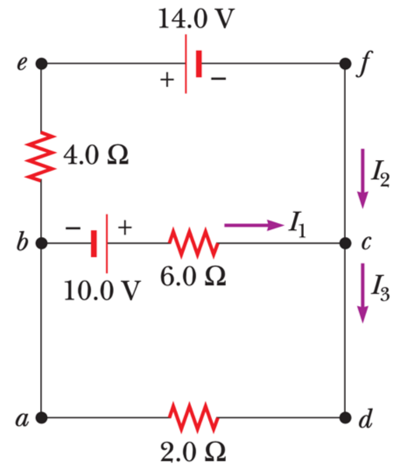
Ahora se elimina I_3 multiplicando la ecuación $(1')$ por 5 y sumando las dos ecuaciones, para obtener

$$78V = I_1(13\,\Omega) \qquad I_1 = 6A$$

Este resultado se sustituye en la ecuación $(1')$ para obtener $I_3 = -1A$; y de la ecuación (3) se obtiene $I_2 = 5A$. El valor negativo de I_3 indica que su sentido es opuesto a nuestra suposición.
La corriente total a través de la red es $I_1 + I_2 = 11A$ y la caída de potencial a través de ella es igual a la fuente es decir, 13 V. Por lo tanto, la resistencia equivalente de la red es:

$$R_{eq} = \frac{13V}{11A} = 1.2\Omega$$

Un circuito de varias espiras



Encuentre las corrientes I_1, I_2 e I_3 en el circuito que se muestra en la figura.

Elija arbitrariamente las direcciones de las corrientes como se marcan en la figura.

Aplique la ley de la unión de Kirchhoff a la unión c:

$$1)\ \ I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Ahora tiene una ecuación con tres incógnitas: I_1, I_2 e I_3. Existen tres espiras en el circuito: $abcda$, $befcb$ y $aefda$. Sólo necesita dos ecuaciones de espira para determinar las corrientes desconocidas. Aplique la ley de la espira de Kirchhoff a las espiras $abcda$ y $befcb$.

$$2)\ \ abcda\text{:}\ \ 10.0\,V - (6.0\,\Omega)I_1 - (2.0\,\Omega)I_3 = 0$$

$$befcb\text{:}\ -(4.0\,\Omega)I_2 - 14.0\,V + (6.0\,\Omega)I_1 - 10.0\,V = 0$$

$$3)\ -24.0\,V + (6.0\,\Omega)I_1 - (4.0\,\Omega)I_2 = 0$$

Resuelva la ecuación 1) para I_3 y sustituya en la ecuación 2):

$$10.0\,V - (6.0\,\Omega)I_1 - (2.0\,\Omega)(I_1 + I_2) = 0$$

$$4)\ 10.0\,V - (8.0\,\Omega)I_1 - (2.0\,\Omega)I_2 = 0$$

Multiplique cada término en la ecuación 3) por 4 y cada término en la ecuación 4) por 3:

$$5) - 96.0\,V + (24.0\,\Omega)I_1 - (16.0\,\Omega)I_2 = 0$$

$$6)\qquad 30.0\,V - (24.0\,\Omega)I_1 - (6.0\,\Omega)I_2 = 0$$

Sume la ecuación 6) a la ecuación 5) para eliminar I_1 y encontrar I_2:

$$-66.0\,V - (22.0\,\Omega)I_2 = 0$$

$$I_2 = -3.0\,A$$

Use este valor de l, en la ecuación 3) para encontrar 4:

$$-24.0\,V + (6.0\,\Omega)I_1 - (4.0\,\Omega)(-3.0\,A) = 0$$

$$-24.0\,V + (6.0\,\Omega)I_1 - 12.0\,A = 0$$

$$I_1 = 2.0\,A$$

Use la ecuación 1) para encontrar I_3:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.0\,A - 3.0\,A = -1.0\,A$$

Circuitos R-C

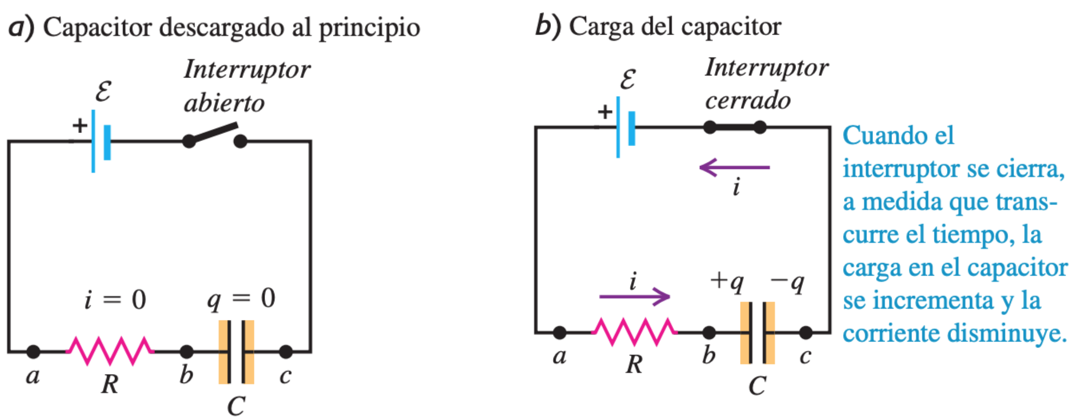
En los circuitos que hemos analizado hasta ahora hemos supuesto que todas las fuentes y las resistencias son *constantes* (independientes del tiempo), por lo que los potenciales. Las corrientes y las potencias también son independientes del tiempo. Pero en el simple acto de cargar o descargar un capacitor se encuentra una situación en la que las corrientes, los voltajes y las potencias *sí* cambian con el tiempo.

$$q = C\varepsilon\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) = Q_f\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \quad \text{(Circuito R-C, capacitor cargándose)}$$

La corriente instantánea i es justamente la derivada con respecto al tiempo de la ecuación anterior:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R}e^{\frac{-t}{RC}} = I_0 e^{\frac{-t}{RC}} \quad \text{(circuito R-C, capacitor cargándose)}$$

La carga y la corriente son ambas funciones exponenciales del tiempo.



Constante de tiempo

Después de un tiempo igual a RC, la corriente en el circuito $R - C$ ha disminuido a $1/e$ de su valor inicial. En ese momento, la carga del capacitor alcanzado $\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0.632$ de su valor final $Q_f = C\varepsilon$. Por lo tanto, el producto RC es una medida de la rapidez con que se carga el capacitor. El término RC recibe el nombre de **constante de tiempo**, del circuito, y se denota con τ:

$$\tau = RC \qquad \text{(constante de tiempo para un circuito R-C)}$$

Cuando τ es pequeña, el capacitor se carga con rapidez; cuando es grande, el proceso de carga toma más tiempo. Si la resistencia es pequeña, es fácil que fluya la corriente y el capacitor se carga rápido. Si R está en ohms y C en farads, τ está en segundos.

Descarga de un capacitor

Imagine que el capacitor está completamente cargado. A través del capacitor hay una diferencia de potencial Q/C y hay diferencia de potencial cero a través del resistor porque $I = 0$. Si el interruptor ahora se conecta en $t = 0$, el capacitor comienza a descargarse a través del resistor.

En algún tiempo t de la descarga, la corriente en el circuito es I y la carga en el capacitor es q. Por lo tanto, de la ecuación de carga se elimina la V ε para obtener la ecuación de la malla adecuada para el mismo circuito:

$$-\frac{q}{C} - IR = 0$$

Cuando se sustituye $I = dq/dt$ en esta expresión, se convierte en

$$R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

Al integrar esta expresión con $q = Q$ en $t = 0$ se obtiene

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Qe^{-t/RC} \qquad (28.18)$$

(Carga como función del tiempo para un capacitor que se descarga)

Al derivar la ecuación respecto al tiempo se obtiene la corriente instantánea como función del tiempo:

$$I(t) = -\frac{Q}{RC}\, e^{-t/RC} \qquad (28.19)$$

(Corriente como función del tiempo para un capacitor que se descarga)

Donde $Q/RC = I$, es la corriente inicial. El signo negativo indica que, conforme el capacitor se descarga, la dirección de la corriente es opuesta a su dirección cuando el capacitor se estaba cargando. Tanto la carga en el capacitor como la corriente decaen exponencialmente a una cantidad caracterizada por la constante de tiempo $\tau = RC$.

Carga de un capacitor

Un resistor de $10\ M\Omega$ está conectado en serie con un capacitor de $1.0\mu F$ y una batería de $12\ V$. Antes de cerrar el interruptor en el instante $t = 0$, el capacitor está descargado.
a) ¿Cuál es la constante de tiempo? b) ¿Qué fracción de la carga final Q_f, hay en el capacitor en $t = 46s$? c) ¿Qué fracción de la corriente inicial I_0 permanece en $t = 46s$

Esta es la situación que se ilustra en la figura anterior, $R = 10\ M\Omega$, $C = 1.0\mu F$ y $V = 12.0\ V$. La carga q y la corriente i varían con el tiempo.

a) De acuerdo con la ecuación τ

$$\tau = RC = (10 \times 10^6\ \Omega)(1.0 \times 10^6\ F) = 10\ s$$

b) A partir de la ecuación q

$$\frac{q}{Q_f} = 1 - e^{\frac{-t}{RC}} = 1 - e^{\frac{-46s}{10s}} = 0.99$$

c) De acuerdo con la ecuación i

$$\frac{i}{i_o} = e^{\frac{-t}{RC}} = e^{\frac{-46s}{10s}} = 0.010$$

Descarga de un capacitor

El resistor y el capacitor del ejemplo anterior se reconectan. Inicialmente, el capacitor tiene una carga de $5.0\mu C$ y luego se descarga al cerrar el interruptor en $t = 0$
a) ¿En qué momento la carga será igual a $0.50\mu C$? b) ¿Cuál es la corriente en ese instante?

Ahora el capacitor se está descargando, de modo que q e i definidas por sus ecuaciones varían con el tiempo $Q_0 = 5.0 \times 10^{-6} C$. Nuevamente tenemos que $RC = \tau = 10s$.

a) Al despejar el momento t en la ecuación, se obtiene:

$$t = -RC\ ln\frac{q}{Q_0} = (10s)\ \ ln\frac{0.50\mu C}{5.0\mu C} = \ 23\ s = \ 2.3\ \tau$$

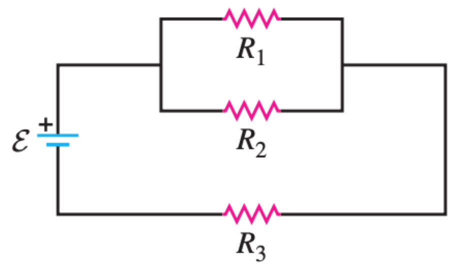
b) De la ecuación con $Q_0 = 5.0\mu C\ = 5.0 \times 10^{-6} C$.

$$i = \frac{Q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} = \frac{5.0 \times 10^{-6} C}{10s} e^{-2.3} = 5.0 \times 10^{-8} A$$

Taller en clase

1. En la figura, $R_1 = 3.00\,\Omega$; $R_2 = 6.00\,\Omega\; y\; R_3 = 5.00\,\Omega$. La batería tiene resistencia interna despreciable. La corriente I_2 a través de R_2 de $4.00\,A$. a) Determine las corrientes I_2 e I_3 para conocer ¿Cuál es la V de la batería?

La Ley de Ohm se aplica a las resistencias. La caída de potencial en resistencias conectadas en paralelo es la misma para cada una de ellas, y en una unión (o nodo), la corriente que entra debe ser igual a la corriente que sale.

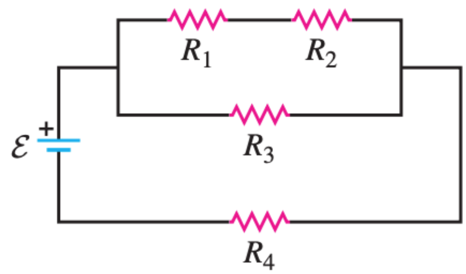


(a) $V_2 = I_2R_2 = (4.00\,A)(6.00\,\Omega) = 24.0\,V \quad V_1 = V_2 = 24.0\,V$.

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{24.0\,V}{3.00\,\Omega} = 8.00\,A \quad I_3 = I_1 + I_2 = 4.00\,A + 8.00\,A = 12.0\,A$$

(b) $V_3 = I_3R_3 = (12.0\,A)(5.00\,\Omega) = 60.0\,V \quad \varepsilon = V_1 + V_3 = 24.0\,V + 60.0\,\mathrm{V} = 84.0\,\mathrm{V}$

2. En la figura, la batería tiene resistencia interna despreciable y $\varepsilon = 48.0\,V$; $R_1 = R_2 = 4.00\,\Omega\ y\ R_4 = 3.00\,\Omega$. ¿Cuál debe ser la resistencia R_3 para que el resistor de la red disipe energía eléctrica a una tasa de $295\,W$?



Configuración: $P = \frac{\varepsilon^2}{R}$ donde R es la resistencia equivalente del circuito. Para resistencias en serie,

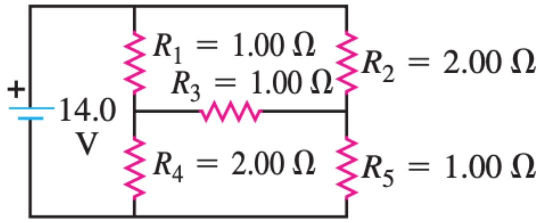
$R_{eq} = R_1 + R_2$, Para resistencias en paralelo $1/R_p = 1/R_1 + 1/R_2$.

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R} = P = \frac{(48.0\,V)^2}{295\,W} = 7.810\,\Omega.\ R_{12} = R_1 + R_2 = 8.00\,\Omega.\,\mathrm{R} = R_{123} + R_4$$

$$R_{123} = R - R_4 = 7.810\,\Omega - 3.00\,\Omega = 4.810\,\Omega.\ \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{123}} \times \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_{123}} - \frac{1}{R_{12}}$$
$$= \frac{R_{12} - R_{123}}{R_{123}\,R_{12}}$$

$$R_3 = \frac{R_{123}\,R_{12}}{R_{12} - R_{123}} = \frac{(4.810\Omega)(8.00\,\Omega)}{8.00\,\Omega - 4.810\Omega} = 12.1\Omega$$

3. Encuentre la corriente a través de la batería y de cada uno de los resistores en el circuito ilustrado en la figura b) ¿Cuál es la resistencia equivalente de la red de resistores?



Obtén tres ecuaciones para resolver las incógnitas de las corrientes.

Malla izquierda: $14 - I_1 - 2(I_1 - I_2) = 0$ y $3I_1 - 2I_2 = 14$

Malla superior: $-2(I - I_1) + I_2 + I_1 = 0$ y $-2I + 3I_1 + I_2 = 0$

Malla inferior $-(I - I_1 + I_2) + 2(I_1 - I_2) - I_2 = 0$ y $-I + 3I_1 - 4I_2 = 0$

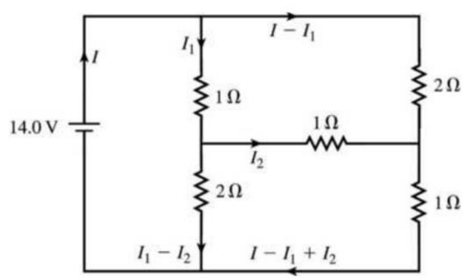
Resolviendo esas ecuaciones encontramos:

$$I = I_{bateria} = 10.0\ A\ ;\ I_1 = I_{R_1} = 6.0\ A\ ; I_2 = I_{R_3} = 2.0A$$

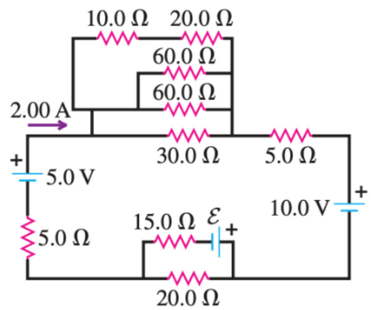
Entonces las otras corrientes son:

$$I_{R_2} = I - I_1 = 4.0\ A\ ;\ I_{R_4} = I_1 - I_2 = 4.0\ A;\ I_{R_5} = I - I_1 + I_2 = 6.0\ A$$

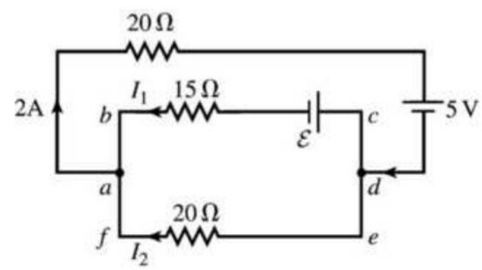
(b) $R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{14.0\ V}{10.0\ A} 1.40\ \Omega$



4. Considere el circuito que se ilustra en la figura. a) ¿Cuál debe ser la V de ε para que una corriente de $2.00\ A$ fluya a través de la batería de 5.00 V, como se muestra? La polaridad de la batería, ¿es correcta como se indica? b) ¿Cuánto tiempo se requiere para que se produzcan $60.0\ J$ de energía térmica en el resistor de $10.0\ \Omega$?



Primero haga la reducción en serie/paralelo. Esto da el circuito en la figura. La velocidad a la que la resistencia $10.0\ \Omega$ genera energia termica es $P = I^2 R$



Aplicar las leyes de Kirchhoff' y resolver para
$\Delta V_{adefa} = 0{:}\ -(20\ \Omega)(2\ \text{A}) - 5\ \text{V} - (20\ \Omega)I_2 = 0.$

Esto da $I_2 = -2.25\ A$
Entonces $I_1 + I_2 = 2\ A$ da $I_1 = 2\ A - (-2.25\ A) = 4.25\ A$

$\Delta V_{abcdefa} = 0{:}\ (15\ \Omega)(4.25\ \text{A}) + \varepsilon - (20\ \Omega)(-2.25\ \text{A}) = 0.$ Esto da $\varepsilon = -109\ \text{V}$
Dado que se calcula que ε es negativo, su polaridad debe invertirse

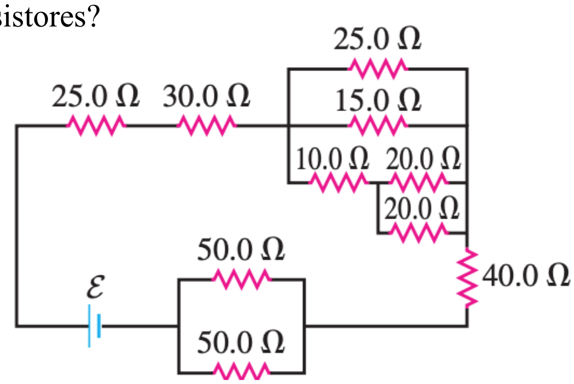
(b) La red paralela que contiene la resistencia 10Ω en una rama tiene una resistencia equivalente a $10\ \Omega$. El voltaje a través de cada rama de la red paralela es $V_{par} = RI = (10\ \Omega)(2\ A) = 20\ V$.

La corriente en la rama superior es $I = \frac{V}{R} = \frac{20V}{30\Omega} = \frac{2}{3} A$

$Pt = E$, por lo que $I^2\ Rt = E$, donde $E = 60.0\ J$

$\frac{2}{3} A^2 (10\ \Omega)t = 60\ J$ y $t = 13.5s$.

5. En el circuito que se ilustra en la figura, todos los resistores tienen potencia nominal máxima de $2.00\,W$. ¿Cuál es la Vε máxima que la batería puede tener sin que se queme ninguno de los resistores?



La corriente que pasa a través de la resistencia de $40.0\,\Omega$ es igual a la corriente que atraviesa la fuente ε , y la corriente que pasa por cada una de las otras resistencias es menor o igual que esa corriente. Por lo tanto, se establece $P_{40} = 2.00\,W$ y se usa este valor para encontrar la corriente que atraviesa la fuente. Si $P_{40} = 2.00\,W$, entonces la potencia P en cada una de las otras resistencias será menor de $2.00\,W$.

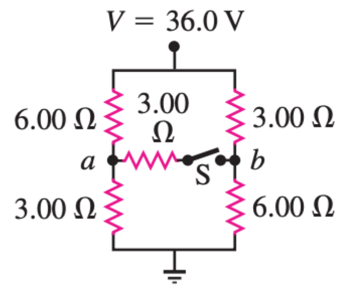
Usando la relación $I^2R = P$ nos da $I^2(40.0\,\Omega) = 2.00\,W$ y $I = 0.2236\,A$

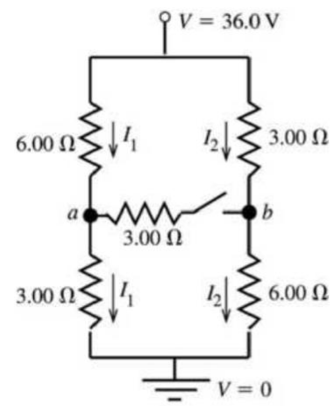
Luego, aplica la reducción serie/paralelo para simplificar el circuito. La rama superior en paralelo tiene una resistencia de $6.38\,\Omega$ y la rama inferior en paralelo tiene una resistencia de $25.0\,\Omega$.

La suma en serie de ambas ramas da $126\,\Omega$ .Finalmente, aplicando la Ley de Ohm:

$$\varepsilon = (126\,\Omega)(0.2236\,A) = 28.2\,V$$

6. La figura emplea una convención que se utiliza con frecuencia en los diagramas de circuito. La batería no se muestra de manera explícita. Se entiende que el punto en la parte superior, con la leyenda “36.0 V”, está conectado a la terminal positiva de una batería de 36.0 V que tiene resistencia interna despreciable y que el símbolo de "tierra" en la parte inferior está conectado a la terminal negativa de la batería. El circuito se completa a través de la batería, aun cuando esta no aparezca en el diagrama. a) ¿Cuál es la diferencia de potencial V_{ab} del punto a con respecto al punto b, cuando se abre el interruptor S? b) ¿Cuál es la corriente que pasa a través del interruptor S cuando está cerrado? c) ¿Cuál es la resistencia equivalente cuando el interruptor S está cerrado?





Con el interruptor abierto, no hay corriente a través de él y solo existen dos corrientes I_1 y I_2

La caída de potencial en cada rama en paralelo es de 36.0 V. Usa ese dato para calcular I_1 y I_2 Luego, recorre el circuito desde el punto a hasta el punto b , sumando las subidas y caídas de potencial para calcular V_{ab}

$$-I_1(6.00\ \Omega + 3.00\ \Omega) + 36.0V = 0$$

$$I_1 = \frac{36.0V}{6.00\ \Omega + 3.00\ \Omega} = 4.00\ A$$

$$-I_2(3.00\ \Omega + 6.00\ \Omega) + 36.0V = 0$$

$$I_2 = \frac{36.0V}{3.00\ \Omega + 6.00\ \Omega} = 4.00\ A$$

Para calcular $V_{ab} = V_a - V_b$ comienza en el punto b y viaja hasta el punto a , sumando todos los aumentos y caídas de potencial en el camino. Podemos hacerlo yendo desde b hacia arriba a través del resistor de 3.00 Ω :

$$V_b + I_2(3.00\ \Omega) - I_1(6.00\ \Omega) = V_a$$

$$V_a - V_b = (4.00\ A)(3.00\ \Omega) - (4.00\ A)(6.00\ \Omega) = 12.0\ V - 24.0\ V = -12.0\ V$$

$V_{aB} = -12.0\ V$ (el punto a está 12.0 V más bajo en potencial que el punto b).

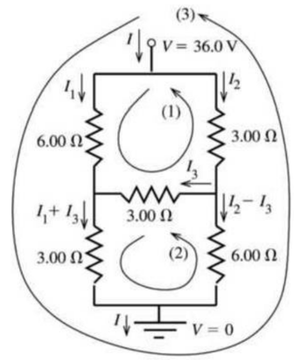
Alternativamente, podemos ir desde el punto b hacia abajo a través del resistor de 6.00 Ω:

$V_b - I_2(6.00\ \Omega) + I_1(3.00\ \Omega) = V_a$

$V_a - V_b = -(4.00\ A)(6.00\ \Omega) + (4.00\ A)(3.00\ \Omega) = -24.0\ V + 12.0\ V = -12.0\ V$

lo cual concuerda.

Las tres corrientes desconocidas I_1, I_2 y I_3están etiquetadas en la figura



Aplica la regla de la Mallas a las Mallas (1), (2) y (3):

Malla (1): $-I_1(6.00\ \Omega) + I_3(3.00\ \Omega) + I_2(3.00\ \Omega) = 0$

$I_2 = 2I_1 - I_3$ (eq 1)

Malla (2): $-(I_1 + I_3)(3.00\ \Omega) + (I_2 - I_3)(6.00\ \Omega) - I_3(3.00\ \Omega) = 0$

$6I_2 - 12I_3 - 3I_1 = 0$ entonces $2I_2 - 4I_3 - I_1 = 0$

Usa la ecuación (1) para reemplazar I_2

$4I_1 - 2I_2 - 4I_3 - I_1 = 0$

$3I_1 = 6I_3$ entonces $I_1 = 2I_3$ (eq 2)

Malla (3): (Esta malla se completa a través de la batería [no mostrada], en la dirección del terminal negativo al positivo):

$-I_1(6.00\ \Omega) - (I_1 + I_3)(3.00\ \Omega) + 36.0\ V = 0$

$9I_1 + 3I_3 = 36.0\ A$ entonces $3I_1 + I_3 = 12.0\ A$ (eq 3)

Usa la ecuación (2) en la (3) para reemplazar I_1

$$3(2I_3) + I_3 = 12.0\ A$$

$$I_3 = \frac{12.0\ A}{7} = 1.71\ A$$

$$I_1 = 2I_3 = 3.42\ A$$

$$I_2 = 2I_1 - I_3 = 2(3.42\ A) - 1.71\ A = 5.13\ A$$

La corriente a través del interruptor es $I_3 = 1.71\ A$

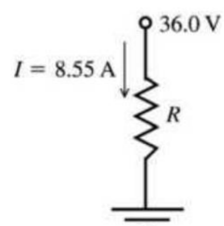
c) A partir de los resultados en la parte (a), la corriente a través de la batería es:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 3.42\ A + 5.13\ A = 8.55\ A$$

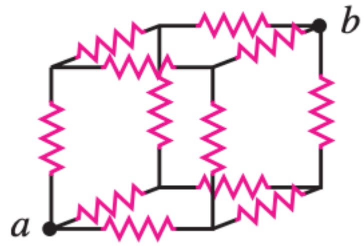
El circuito equivalente es una sola resistencia que produce la misma corriente a través de la batería de $36.0\ V$, como se muestra en la figura.

$$-IR + 36.0\ V = 0$$

$$R = \frac{36.0\ V}{I} = \frac{36.0\ V}{8.55\ A} = 4.21\ \Omega$$



7. Suponga que un resistor R está a lo largo de cada arista de un cubo (12 resistores en total) con conexiones en las esquinas. Encuentre la resistencia equivalente entre dos esquinas del cubo opuestas diagonalmente (juntos a y b).



Supón un voltaje V aplicado entre los puntos a y b y considera las corrientes que fluyen a lo largo de cada camino entre a y b. Las corrientes se muestran en la figura.

Supón que una corriente I entra en a y sale por b . En a hay tres ramas equivalentes , por lo tanto, la corriente es $I/3$ en cada una. En el siguiente punto de unión hay dos ramas equivalentes , así que cada una recibe una corriente de $I/6$. Luego, hay tres ramas equivalentes con corriente $I/3$ en cada una. La caída de voltaje de a a b entonces es.

$V = \left(\frac{I}{3}\right)R + \left(\frac{I}{6}\right)R + \left(\frac{I}{3}\right)R = \frac{5}{3}IR$ Esto debe de ser igual a. $V = IR_{eq}$ entonces $R_{eq} = \frac{5}{3}R$