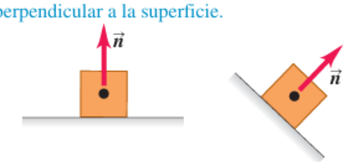
Fuerza

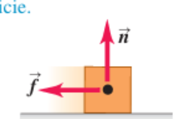
La fuerza es una cantidad vectorial: podemos empujar un cuerpo o tirar de él en diferentes direcciones.

La fuerza normal es ejercida sobre un objeto por cualquier superficie con la que esté en contacto. El adjetivo normal significa que la fuerza siempre actúa perpendicular a la superficie de contacto, sin importar el ángulo de esa superficie. En cambio, la fuerza de fricción ejercida sobre un objeto por una superficie actúa paralelamente, en la dirección opuesta al deslizamiento. La fuerza del tirón ejercida por una cuerda o por un cordel tenso sobre un objeto al cual se ata se llama fuerza de tensión. Mientras que la fuerza de atracción gravitacional que la Tierra ejerce sobre un cuerpo se llama peso del cuerpo.

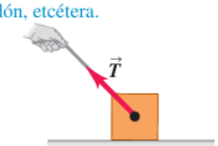
a) **Fuerza normal $\vec{n}$:** Cuando un objeto descansa o se empuja sobre una superficie, esta ejerce un empujón sobre el objeto que es perpendicular a la superficie.



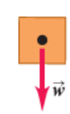
b) **Fuerza de fricción $\vec{f}$:** Además de la fuerza normal, una superficie puede ejercer una fuerza de fricción sobre un objeto que es paralela a la superficie.



c) **Fuerza de tensión $\vec{T}$:** La fuerza de un tirón ejercida sobre un objeto por una cuerda, un cordón, etcétera.

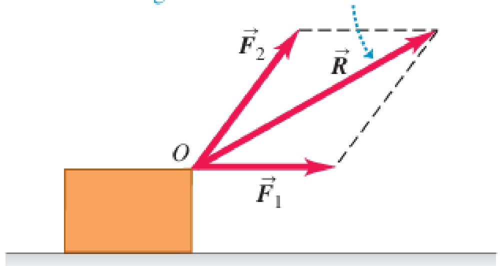


d) **Peso $\vec{w}$:** El tirón de la gravedad sobre un objeto es una fuerza de largo alcance (una fuerza que actúa a la distancia).



Para describir una fuerza vectorial $\vec{F}$,debemos indicar la dirección en la cual actúa, así como su magnitud, es decir, la cantidad que describe "cuánto" o "qué tanto" la fuerza empuja o tira. La unidad de magnitud de fuerza en el SI es el newton, que se abrevia N.

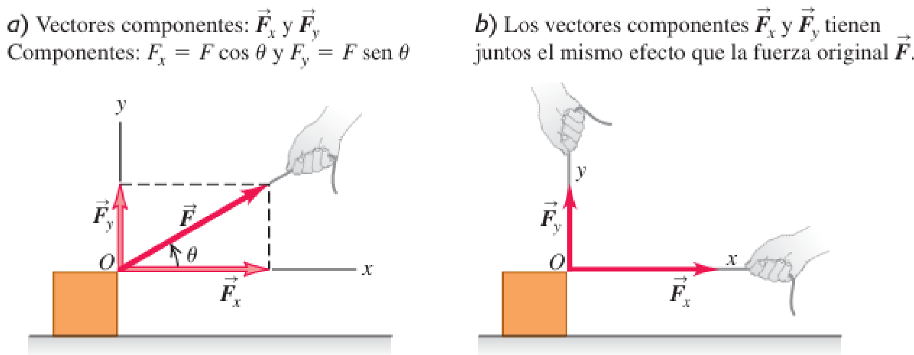
Dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que actúan sobre un cuerpo en el punto O tienen el mismo efecto que una sola fuerza $\vec{R}$ igual a su suma vectorial.



Se demuestra que si dos fuerzas $\vec{F}_1$y $\vec{F}_2$ actúan al mismo tiempo en el mismo punto de un cuerpo. El efecto sobre el movimiento del cuerpo es el mismo que el de una sola fuerza $\vec{R}$ igual a la suma vectorial de las fuerzas originales: $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ En general, el efecto de cualquier cantidad de fuerzas aplicadas a un punto de un cuerpo es el mismo que el de una sola fuerza igual a la suma vectorial de las fuerzas. Este valioso principio se conoce como superposición de fuerzas.

Las componentes vectoriales de $\vec{F}$ en las direcciones son $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$. Cuando $\vec{F}_x$ y $\vec{F}_y$ se aplican simultáneamente, el efecto es idéntico al de la fuerza original $\vec{F}$. Los ejes de coordenadas no necesariamente deben ser verticales y horizontales sobre una rampa.

Dos fuerzas $\overrightarrow{F_1}$ y $\vec{F}_2$ que actúan sobre un cuerpo en el punto O tienen el mismo efecto que una sola fuerza $\vec{R}$ igual a su suma vectorial. La fuerza F, que actúa en un ángulo θ con respecto al eje x, se puede sustituir por sus vectores componentes rectangulares, $\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{x}}$ y $\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{y}}$



A menudo necesitaremos obtener la suma vectorial (resultante) de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. Esto se conoce como la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo. Usaremos la letra griega Σ(sigma mayúscula, que equivale a la S romana) para denotar sumatoria. Si las fuerzas son $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, etcétera, abreviaremos la sumatoria como

$$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} \ldots = \sum \vec{F}$$

Donde $\sum \vec{F}$ se lee como "suma vectorial de las fuerzas". La versión de la ecuación con componentes es el par de ecuaciones

$$\vec{R}_x = \sum F_x \qquad\qquad \vec{R}_y = \sum F_y$$

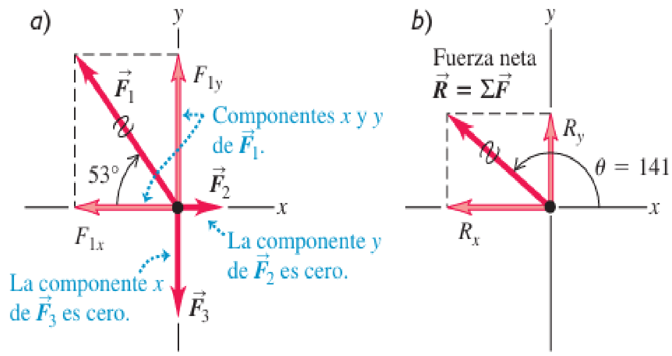
donde $\sum F_x$ es la suma de las componentes *x,* y $\sum F_y$, es la suma de las componentes *y.* Cada componente puede ser positiva o negativa.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

y el ángulo θentre $\vec{R}$ y el eje *x* puede obtenerse de la relación $\tan \theta = R_x \,/\, R_y$. Las componentes R_x y R_y pueden ser positivas, negativas o cero, y el ángulo θ puede estar en cualquier cuadrante.

Ejemplo

Tres luchadores profesionales pelean por el mismo cinturón de campeonato. La figura muestra las tres fuerzas horizontales que cada luchador aplica al cinturón, como se ve desde arriba. Las magnitudes de las tres fuerzas son F_1 = 250 N, F_2=50 N y F_3= 120 N. Obtenga las componentes x y y de la fuerza neta sobre el cinturón, así como la magnitud y dirección.



Este es un problema de suma vectorial en el cual los vectores representan fuerzas. Se desea calcular las componentes x y y de la fuerza neta $\vec{\boldsymbol{R}}$, así que utilizaremos el método de componentes de la suma vectorial expresada en las ecuaciones. Una vez que tenemos las componentes de $\vec{\boldsymbol{R}}$, podemos calcular su magnitud y dirección. De acuerdo con la figura, los ángulos entre las tres fuerzasF_1, F_2, F_3 y el eje x son θ_1= 180° -53° = 127°, θ_2= 0° y θ_3= 270°

$$F_{1x} = (250\ N)\ cos\ 127° = -\ 150\ N$$

$$F_{1y} = (250\ N)\ sen\ 127° = 200\ N$$

$$F_{2x} = (50\ N)\ cos\ 0° = 50\ N$$

$$F_{2y} = (50\ N)\ sen\ 0° = 0\ N$$

$$F_{3x} = (120\ N)\ cos 270° = 0N$$

$$F_{3y} = (120\ N)\ sen\ 270° = -120\ N$$

De acuerdo con la ecuación, la fuerza neta $\vec{R} = \sum\vec{F}$ tiene las componentes

$$\vec{R}_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = (-150\ N) + 50\ N + ON = -\ 100\ N$$

$$\vec{R}_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 200\ N + 0N + (-120\ N) = 80\ N$$

Primera Ley de Newton

Consideremos primero qué sucede cuando la fuerza neta sobre un cuerpo es cero. Si un cuerpo se encuentra en reposo y ninguna fuerza neta actúa sobre él, el cuerpo permanecerá en reposo. Podríamos llegar a la conclusión de que los cuerpos en movimiento naturalmente se detienen y que se necesita una fuerza para mantener el movimiento.

Cuando un cuerpo está en reposo o se mueve con velocidad constante (en línea recta), decimos que el cuerpo está en equilibrio. Para que un cuerpo esté en equilibrio, no deben actuar fuerzas sobre él, o deben actuar varias fuerzas cuya resultante, es decir, la fuerza neta, sea cero:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ (cuerpo en equilibrio)}$$

Para que esto se cumpla, cada componente de la fuerza neta debe ser cero; por lo tanto,

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

Suponiendo que el cuerpo puede representarse adecuadamente como una partícula puntual. Si el cuerpo tiene tamaño finito, tendremos que considerar también en qué parte del cuerpo se aplican las fuerzas.

Segunda ley de Newton

La fuerza neta sobre un cuerpo hace que este se acelere. Los experimentos demuestran que si se aplica a un cuerpo una combinación de fuerzas $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2, \vec{F}_3 + \cdots$ En otras palabras, el principio de superposición de fuerzas también se cumple cuando la fuerza neta no es cero y el cuerpo está acelerado. También vimos que la dirección de la fuerza neta es igual a la dirección de la aceleración, sea la trayectoria del cuerpo recta o curva. Entonces el vector de fuerza neta es igual a la masa del cuerpo multiplicada por su aceleración.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \text{ (segunda ley de Newton)}$$

Uso de la segunda ley de Newton

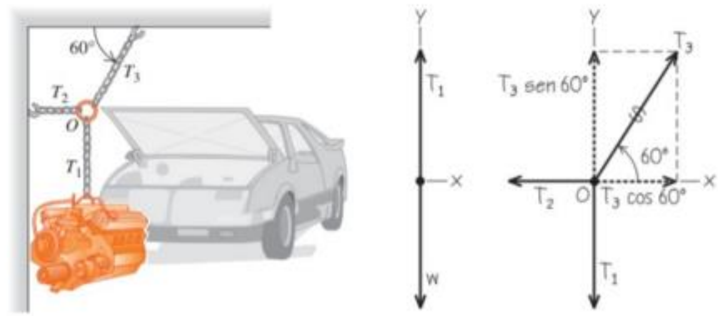
La ecuación es vectorial. Normalmente la usaremos en forma de componentes, con una ecuación para cada componente de fuerza y la componente de aceleración correspondiente:

$$\sum F_x = m\vec{a} \qquad \sum F_y = m\vec{a} \qquad \sum F_z = m\vec{a}$$

Cada componente de la fuerza neta es igual a la masa multiplicada por la componente correspondiente de la aceleración. Un cuerpo no puede afectar su propio movimiento ejerciendo una fuerza sobre sí mismo. Tenga en cuenta que aun cuando el vector $m\vec{a}$ sea igual a la suma vectorial $\sum \vec{F}$ de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, el vector $m\vec{a}$ no es una fuerza. La aceleración es el resultado de una fuerza neta distinta de cero; no es una fuerza por sí misma.

Equilibrio bidimensional

Un motor de peso w cuelga de una cadena unida mediante un anillo O a otras dos cadenas, una sujeta al techo y la otra a la pared. Obtenga las expresiones para la tensión en cada una de las tres cadenas en términos de w. Los pesos de las cadenas y el anillo son despreciables comparados con el peso del motor.



Las incógnitas son las magnitudes de las tensiones $T_1, T_2\ y\ T_3$ en las tres cadenas, todos los cuerpos están en equilibrio, así que usaremos la primera ley de Newton. Necesitamos tres ecuaciones independientes, una para cada incógnita.

Hay dos fuerzas que actúan sobre el motor: su peso w y la fuerza hacia arriba T_1 ejercida por la cadena vertical. Las tres fuerzas que actúan sobre el anillo son las tensiones de la cadena vertical (T_1), la de la cadena horizontal (T_2) y la de la cadena inclinada (T_3). Puesto que la cadena vertical tiene peso despreciable, ejerce fuerzas de la misma magnitud T_1 en ambos extremos. El peso del anillo también es despreciable, por lo que no se incluye.

Las fuerzas que actúan sobre el motor están únicamente sobre el eje y; entonces, de acuerdo con la primera ley de Newton,

$\sum F_y = T_1 + (-w) = 0 \rightarrow\ T_1 = w$

En el diagrama de cuerpo libre para el anillo, recuerde que T_1, T_2 y T_3 son las magnitudes de las fuerzas.

$$\text{Anillo: } \sum F_x = T_3 \, cos\, 60° + (-T_2) = 0$$

$$\text{Anillo: } \sum F_x = T_3 \, sen\, 60° + (-T_1) = 0$$

$$T_3 = \frac{T_1}{sen\, 60°} = \frac{w}{sen\, 60°} = 1.2w$$

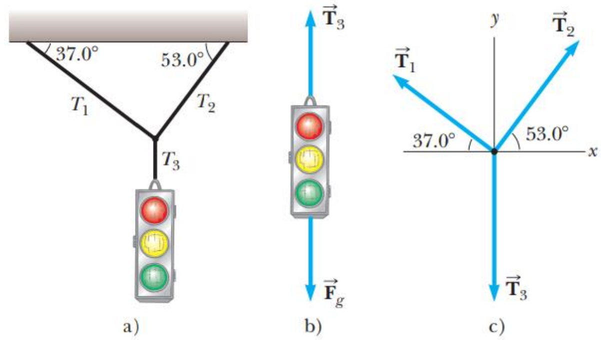
Ahora usamos este resultado en la primera ecuación del anillo:

$$T_2 = T_3 \, cos\, 60^0 = w\frac{cos\, 60^0}{sen\, 60°} = 0.58w$$

La cadena sujeta al techo ejerce una fuerza sobre el anillo con una componente vertical de magnitud T_1, que es igual a w. Pero, además, la fuerza tiene una componente horizontal, de modo que su magnitud T_3 es algo mayor que w. Por lo tanto, esta cadena es la que está sometida a mayor tensión y es la más susceptible de romperse.

Un semáforo en reposo

Un semáforo que pesa 122 N cuelga de un cable unido a otros dos cables sostenidos a un soporte como en la figura. Los cables superiores forman ángulos de 37.0° y 53.0° con la horizontal. Estos cables superiores no son tan fuertes como el cable vertical y se romperán si la tensión en ellos supera los 100 N. ¿El semáforo permanecerá colgado en esta situación, o alguno de los cables se romperá?



Suponga que los cables no se rompen y que nada se mueve.

Si nada se mueve, ninguna parte del sistema acelera. Ahora puede representar el semáforo como una partícula en equilibrio sobre la que se ejerce una fuerza neta de cero. La fuerza neta sobre el nudo es cero. Aplique la ecuación para el semáforo en la dirección y: $\sum F_y = 0 \rightarrow T_3 - F_g = 0$

$$T_3 = F_y = 122N$$

Elija los ejes coordenados como se muestra en la figura y descomponer en sus componentes las fuerzas que actúan en el nudo:

Fuerza	Componente x	Componente y
$\vec{T}_1$	$-T_1 \cos 37.0°$	T_1 sen $37.0°$
$\vec{T}_2$	$T_2 \cos 53.0°$	T_2 sen $53.0°$
$\vec{T}_3$	0	−122 N

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al nudo:

$$\sum F_x = -T_1 \, cos\, 37.0° + T_2 \, cos\, 53.0° = 0$$

$$\sum F_y = T_1 \, sen\, 37.0° + T_2 \, sen\, 53.0° = 0$$

Resuelva la primera ecuación para T_2 en términos de T_1:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37.0°}{\cos 53.0°}\right) = 1.33N$$

$$T_1 Sen 37.0° + (1.33T_1)(Sen 53.0°) \; - 122 \; N \; = 0$$

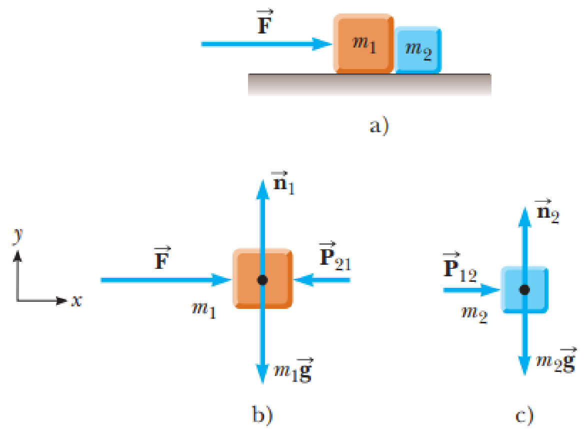
$$T_1 = 73.4 \; N$$

$$T_2 = 1.33T_1 = 97.4 \; N$$

Ambos valores son menores que 100 N (apenas para T2), de modo que los cables no se romperán.

Un bloque que empuja a otro

Dos bloques de masas m_1 y m_2, con $m_1 > m_2$, se colocan en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción, como en la figura. Una fuerza horizontal constante $\vec{F}$ se aplica a m_1 como se muestra.



a) Encuentre la magnitud de la aceleración del sistema.

Observe que ambos bloques deben experimentar la misma aceleración porque están en contacto mutuo y permanecen en contacto por todo el movimiento.

La aceleración conocida es la misma que la de un solo objeto de masa $m_1 + m_2$ y sometida a la misma fuerza.

$$\sum\vec{F} = \boldsymbol{F} = (m_1 + m_2)a_x$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

La aceleración conocida por la ecuación descrita es la misma que la de un solo objeto de masa $m_1 + m_2$ y sometido a la misma fuerza.

b) Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques.

La fuerza de contacto es interna al sistema de los dos bloques. Por lo tanto, no es posible hallar la fuerza al representar el sistema como un todo (los dos bloques) en una sola partícula. Consideré ahora cada uno de los dos bloques de manera individual al clasificar cada uno como una partícula bajo una fuerza neta.

Construimos primero un diagrama de cuerpo libre para cada bloque, como se muestra en las figuras, donde la fuerza de contacto se denota $\vec{P}$. Se ve que la única fuerza horizontal que actúa sobre es la fuerza de contacto $\overrightarrow{P_{12}}$ (la fuerza que ejerce m_1 sobre m_2), que se dirige hacia la derecha.

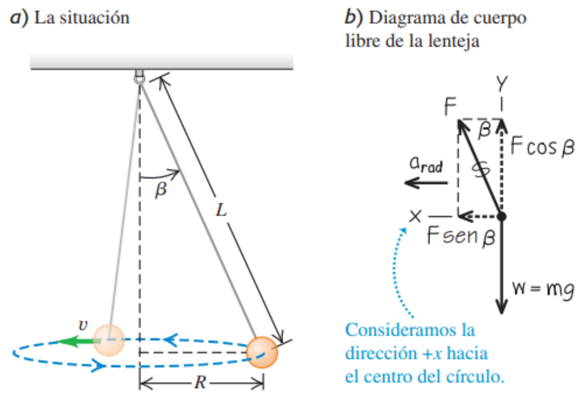
Aplique la segunda ley de Newton a m_2:

$$P_{12} = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right)$$

Este resultado muestra que la fuerza de contacto P_{12} es menor que la fuerza aplicada F. La fuerza que se requiere para acelerar el bloque 2 debe ser menor que la fuerza requerida para producir la misma aceleración para el sistema de dos bloques.

El péndulo cónico

Un inventor diseña un reloj de péndulo usando una lenteja de masa *m* en el extremo de un alambre delgado de longitud *L*. En lugar de oscilar, la lenteja se mueve en un círculo horizontal con rapidez constante *v*, con el alambre formando un ángulo constante ß con la vertical. Esto se conoce como péndulo cónico porque el alambre traza un cono. Calcule la tensión *F* en el alambre y el periodo *T* (el tiempo que tarda la lenteja en completar una revolución).



Necesitamos dos ecuaciones, que serán las componentes horizontal y vertical de la segunda ley de Newton aplicada a la lenteja. Obtendremos la aceleración radial de la lenteja utilizando una de las ecuaciones para movimiento circular. Solo hay dos fuerzas sobre la lenteja: el peso *mg* y la tensión *F* en el alambre.

Observe que el centro de la trayectoria circular está en el mismo plano horizontal que la lenteja, *no* en el extremo superior del alambre. La componente horizontal de la tensión es la fuerza que produce la aceleración radial a_{rad}. La lenteja no tiene aceleración vertical; la aceleración horizontal está dirigida al centro del círculo, así que usamos el símbolo a_{rad}. La segunda ley de Newton dice que

$$\sum F_x = F\,sen\,\beta = ma_{rad}$$

$$\sum F_y = F\cos\beta + (-mg) = 0$$

La ecuación da $F = mg/\cos\beta$; esta es la expresión para la incógnita F en términos de β. Sustituyendo esto en la ecuación de $\sum F_x$ y usando $\sin\beta\,/\cos\beta\ = tan\beta$ tenemos $a_{rad} = g\ tan\beta$

Para relacionar β con el periodo *T* usamos la ecuación para a_{rad} se despeja *T*, y se inserta

$$a_{rad} = g\ tan\beta$$

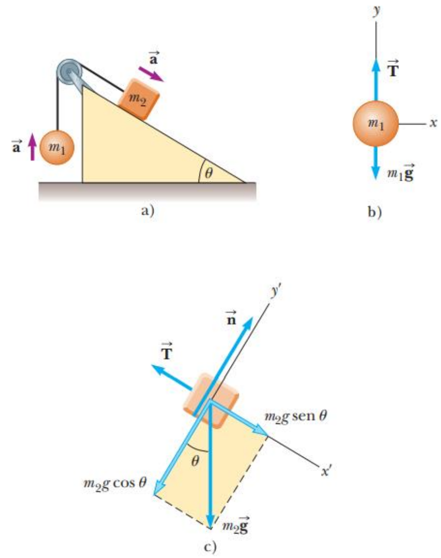
$$a_{rad} = \frac{\pi^2 R}{T^2} \quad \text{o} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 R}{a_{rad}}$$

La figura muestra que $R = L\ sen\ \beta$. Sustituyendo esto y usando $sen\,\beta/$ tan ß=$\cos\beta$:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{gtan\beta}}$$

Para una longitud L dada, al aumentar el ángulo β, $cos\beta$ disminuye, el periodo *T* se reduce y la tensión $F = mg/\cos\beta$ aumenta.

Aceleración de dos objetos conectados mediante una cuerda



Una bola de masa m_1 y un bloque de masa m_2 se unen mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción de masa despreciable. El bloque se encuentra sobre un plano inclinado sin fricción de ángulo θ. Encuentre la magnitud de la aceleración de los dos objetos y la tensión en la cuerda.

Imagine que los objetos de la figura están en movimiento. Si mg se mueve hacia abajo del plano, m_1 se mueve hacia arriba. Puesto que los objetos están conectados mediante una cuerda sus aceleraciones tienen la misma magnitud.

Es posible identificar las fuerzas en cada uno de los dos objetos y se busca una aceleración, de modo que los objetos se clasifican como partículas bajo una fuerza neta.

Para que la bola acelere hacia arriba, es necesario que $T > mg$. En la ecuación a_y sustituya a, con a porque solo tiene componente y. Para el bloque es conveniente elegir el eje x' positivo a lo largo del plano inclinado. Por consistencia con la elección para la bola, se elige la dirección positiva hacia abajo en el plano.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_x = T - m_1 g = m_1 a_2 = m_1 a$$

Aplique la segunda ley de Newton en forma de componentes al bloque:

$$\sum \boldsymbol{F_y} = m_2 g sen\theta - T = m_2 a_x = m_2 a$$

$$\sum \boldsymbol{F_y} = n - m_2 g cos\theta = 0$$

Sustituya a_x con a porque los dos objetos tienen aceleraciones de magnitudes a.

$$T = m_1(g + a)$$

$$m_2 g sen\theta - m_1(9 + a) = m_2 a$$

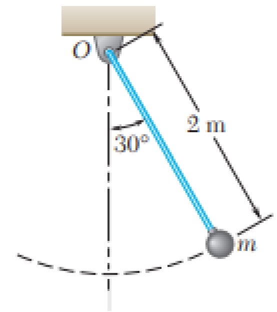
Entonces:

$$a = \frac{m_2 g sen\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$T = \frac{m_1 m_2 g(sen\theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

Péndulo Simple

La plomada de un péndulo de 2 m describe un arco de círculo en un plano vertical. Si la tensión de la cuerda de estos puntos es cinco veces el peso de la plomada en la posición que se indica, determine la velocidad y la aceleración de la plomada en esa posición.

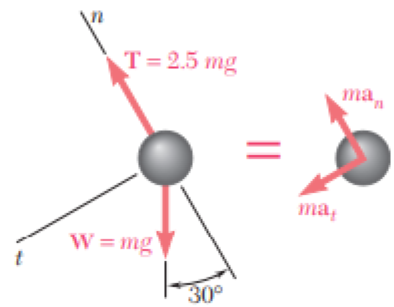


El peso de la plomada es $W = mg$; la tensión en la cuerda corresponde consecuentemente a 2.5 mg. a_n apunta hacia O y suponiendo a en la forma que se muestra.

$+\swarrow \Sigma F_t = ma_t$:

$$mg\ sen\ 30° = ma_t$$

$$a_t = g\ sen\ 30° = +4.90\ m/s^2$$



$+\nwarrow \Sigma F_n = ma_n$:

$$2.5\ mg - mg\ cos\ 30° = ma_n$$

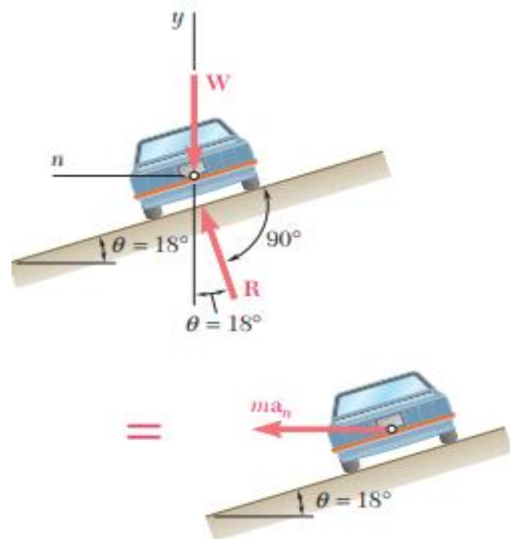
$$a_n = 1.634\ g = +16.03\ m/s^2$$

Puesto que $a_n = \frac{v^2}{r}$ despejando

$$v = \sqrt{ra_n} = \sqrt{(2m)\left(16.03\ {}^{m}/_{s^2}\right)} = 5.66\ {}^{m}/_{s^2}$$

Curva Peraltada sin Fricción

Determine la rapidez máxima de la curva de una autopista de radio $r = 400\ ft$ que tiene un ángulo de peralte $\theta = 18°$. La rapidez máxima de la curva peraltada de una autopista es aquella a la cual un automóvil debe viajar para que no exista fuerza de rozamiento lateral en sus neumáticos.



El automóvil se traslada en una trayectoria circular horizontal de radio r. La componente normal a_n, de la aceleración apunta hacia el centro de la trayectoria; su magnitud es $a_n = \frac{v^2}{r}$ donde v es la velocidad del automóvil en ft/s. La masa m del auto es W/g, donde W es su peso. Puesto que no se va a ejercer fuerza de fricción lateral sobre el automóvil, la reacción R del camino se presenta perpendicular al mismo. Al aplicar la segunda ley de Newton se escribe

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$$R\ cos\theta\ - W = 0 \quad \rightarrow \quad R = \frac{W}{cos\theta}$$

$+\rightarrow \sum F_x = 0$

$$R\ sen\theta = \frac{W}{g} a_n$$

Al sustituir R y recordar que $a_n = \frac{v^2}{r}$

$$\frac{W}{cos\theta}\ sen\theta = \frac{W}{g}\frac{v^2}{r} \qquad \rightarrow \qquad v^2 = gr\ tan\theta$$

Al sustituir $r = 400\ ft$ y $\theta = 18°$ en esta ecuación, se obtiene

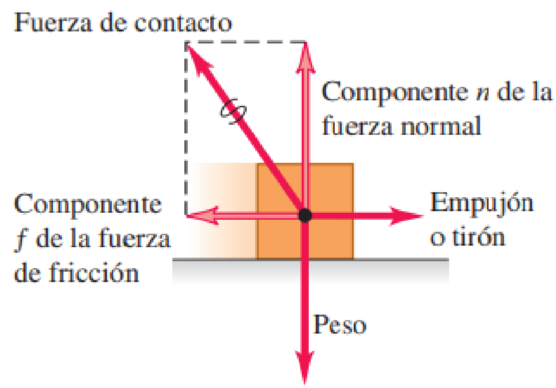
$$v^2 = (32.2\ ft/s^2)(400\ ft)\ tan\ 18°$$

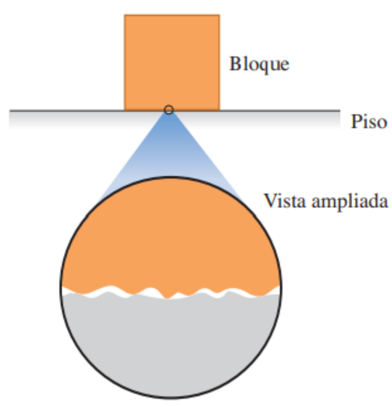
$$v = 64.7\ \text{ft/s} = 44.1\ \text{mi/h}$$

La Fricción

Cuando un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie, este ejerce fuerzas paralelas y perpendiculares a la misma. La componente vectorial perpendicular es la fuerza normal, denotada con $\vec{n}$. La componente vectorial paralela a la superficie (y perpendicular a $\vec{n}$) es la fuerza de fricción, denotada con $\vec{f}$. Si la superficie no tiene fricción, entonces $\vec{f}$ será cero, pero habrá todavía una fuerza normal, como habíamos trabajado anteriormente. Las superficies sin fricción son una idealización inalcanzable. La dirección de la fuerza de fricción siempre es opuesta al movimiento relativo de las dos superficies.

Las fuerzas de fricción y normal son realmente componentes de una sola fuerza de contacto.





A nivel microscópico, inclusive las superficies lisas son ásperas y tienden a “engancharse”.

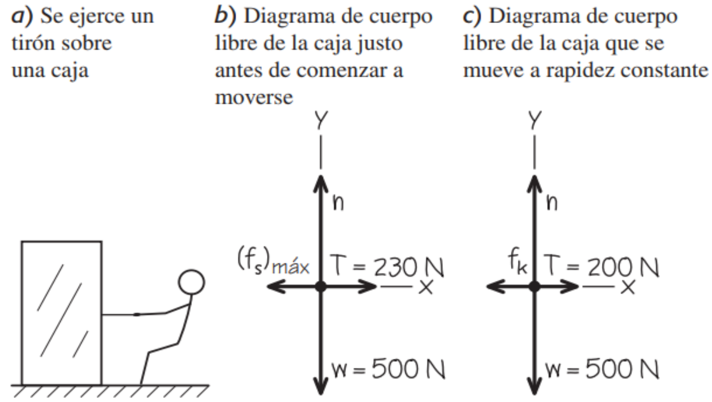
El tipo de fricción que actúa cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie es la fuerza de fricción cinética $\vec{f}_k$. La magnitud de la fuerza de fricción suele aumentar al aumentar la fuerza normal.

$$f_k = \mu_k n$$

Donde μ_k es una constante llamada coeficiente de fricción cinética. Cuanto más resbalosa sea una superficie, menor será este coeficiente. Al ser un cociente de dos magnitudes de fuerza, μ_k un número puro sin unidades.

Fricción en movimiento horizontal

Usted desea mover una caja de 500 N de peso por un piso horizontal. Para comenzar a moverla, debe tirar con una fuerza horizontal de 230 N. Una vez que la caja "se suelta" y comienza a moverse, puede mantenerse a velocidad constante con solo 200 N. ¿Cuáles son los coeficientes de fricción estática y cinética?



La caja se encuentra en equilibrio si está en reposo o se mueve con velocidad constante, así que usamos la primera ley de Newton para calcular las incógnitas μ_s y μ_k.

Las figuras muestran el diagrama de cuerpo libre un instante antes de que la caja comience a moverse, cuando la fuerza de fricción estática tiene su máximo valor posible, $(f_s)_{máx} = \mu_s n$. Una vez que la caja se mueve, la fuerza de fricción cambia a su forma cinética.

En ambas situaciones, actúan cuatro fuerzas sobre la caja: la fuerza hacia abajo del peso (magnitud w = 500 N), la fuerza normal hacia arriba (magnitud n) ejercida por el suelo, una fuerza de tensión (magnitud T) a la derecha ejercida por la cuerda y una fuerza de fricción a la izquierda ejercida por el suelo.

Justo antes de que la caja comience a moverse, de acuerdo con las ecuaciones tenemos

$$\Sigma F_x = T + (-(f_s)_{máx}) = 0 \text{ así que } (f_s)_{máx} = T = 230\ N$$

$$\Sigma F_y = n + (-w) = 0 \text{ por lo tanto } n = w = 500\ N$$

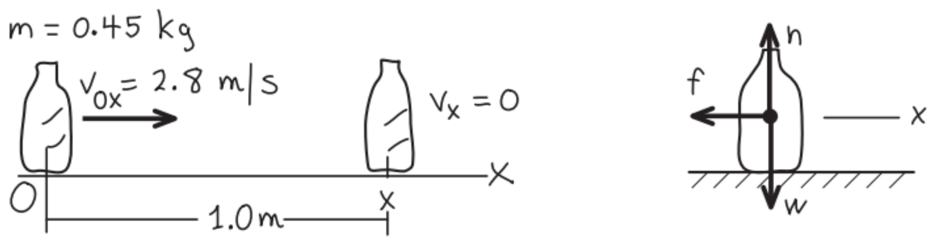
Para obtener el valor de μ_s, usamos la ecuación $(f_s)_{máx} = \mu_s n$

$$\mu_K = \frac{f_k}{n} = \frac{200\ N}{500\ N} = 0.40$$

Cálculo de fuerza de Fricción

Una camarera empuja una botella de salsa de tomate con masa de $0.45\ kg$ a la derecha sobre un mostrador horizontal liso. Al soltarla, la botella tiene una rapidez de $2.8\ m/s$, luego se frena por la fuerza de fricción constante ejercida por el mostrador. La botella se desliza $1.0\ m$ antes de detenerse. ¿Qué magnitud y dirección tiene la fuerza de fricción que actúa sobre la botella?

Dibujamos un diagrama para el movimiento de la botella y uno que muestra las fuerzas sobre la botella.



Nuestra incógnita es la magnitud $\vec{f}$ de la fuerza de fricción. La obtendremos usando la componente x de la segunda ley de Newton. Por lo tanto, podemos calcular a_x, usando la fórmula de aceleración constante. Conocemos las coordenadas x inicial y final de la botella ($x_0 = 0$ y $x = 1.0\ m$) y su velocidad en x inicial y final ($v_{ox} = 2.8\ m/s$ y $v_x = 0$), de modo que la ecuación más fácil de usar es la ecuación $v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$.

Resolvemos la ecuación despejando a_x:

$$a_x = \frac{v_x^2 - v_0 x}{2(x - x_0)} = \frac{(0\ m/s)^2 - (2.8\ m/s)^2}{2(1.0\ m - 0\ m)} = -3.9\ m/s^2$$

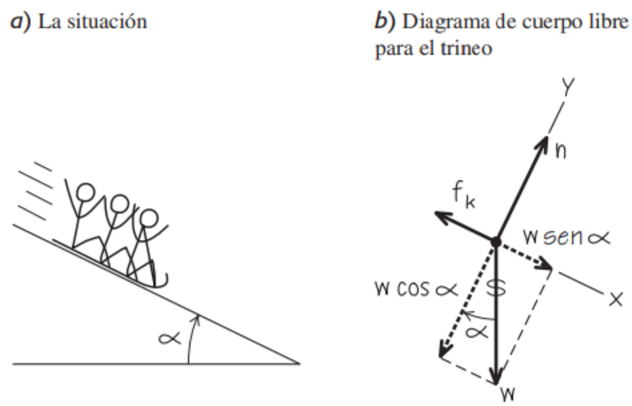
El signo negativo indica que la aceleración de la botella es hacia la izquierda en la figura, opuesta a su velocidad, como debe ser, pues la botella se está frenando. La fuerza neta en la dirección x es la componente $-f$ de la fuerza de fricción, así que

$$\Sigma F_x = -f = ma_x = (0.45\ kg)(-3.9\ m/s^2)$$
$$\Sigma F_x = -1.8\ kg * m/s^2 = -1.8\ N$$

El signo negativo indica que la fuerza sobre la botella está dirigida a la izquierda. La magnitud de la fuerza de fricción es $f = 1.8\ N$

Trineo con fricción

En la cera hay un coeficiente de fricción cinética $\mu_k = \tan \alpha$ se acelera hacia abajo por una pendiente pronunciada. Deduzca una expresión para la aceleración en términos de g, α, μ_k, y w. La incógnita es la aceleración cuesta abajo. La componente y de la aceleración del trineo a_y, sigue siendo cero, pero la componente x, a_x no lo es. por lo que hemos dibujado la componente cuesta abajo del peso como un vector más largo que el de la fuerza de fricción.



Nos conviene expresar el peso como $w = mg$. Entonces, utilizando la segunda ley

$$\Sigma F_x = mgsen \propto +(-f_k) = ma_x$$

$$\sum F_y = n + (-mg\, cos\, \alpha) = 0$$

De la segunda ecuación, obtenemos una expresión para f_k:

$$n = mg\, cos\, \alpha$$

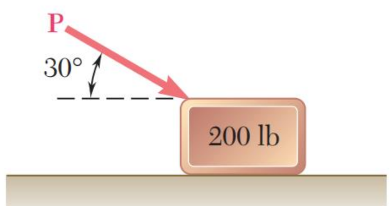
$$f_k = \mu_k n = \mu_K mg\, cos\, \alpha$$

Sustituimos esto en la ecuación de la componente x y despejamos a_x:

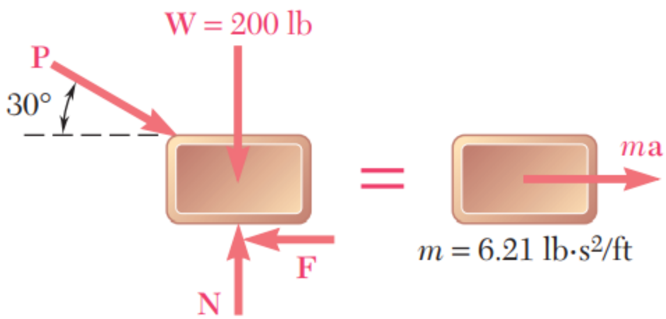
$$mg\, sen\, \alpha + (\mu_k mg\, cos\, \alpha) = ma_x$$

$$a_x = g(sen\, \alpha - \mu_k\, cos\, \alpha)$$

Cálculo de una magnitud de una fuerza



Un bloque de 200 lb descansa sobre un plano horizontal. Determine la magnitud de la fuerza P que se requiere para dar al bloque una aceleración de 10 ft/s² hacia la derecha. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano es $\mu_k = 0.25$



La masa del bloque es

$$m = \frac{W}{g} = \frac{200\ lb}{32.3\ ft/s^2} = 6.21\ lb.s^2/ft$$

Se tiene que $F = \mu_k N = 0.25N$ y que $a = 10\ ft/s^2$. Al expresar que las fuerzas que actúan sobre el bloque son equivalentes al vector ma, se escribe:

$\rightarrow \sum F_x = ma$:

$$P\cos 30° - 0.25N = (6.21\ lb\,.\,s^2/ft)\ (10 ft/s^2)$$

$$P\cos 30° - 0.25N = 62.1\ lb$$

$\uparrow\ \sum F_y = 0$:

$$N - P\,sen\,30° - 200lb = 0$$

Al resolver para N y sustituir el resultado se obtiene:

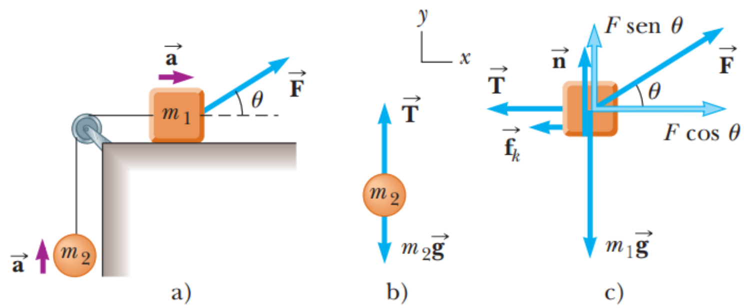
$$N = P\,sen\,30° + 200\ lb$$

$$P\cos 30° - 0.25(P\,sen\,30° + 200lb) = 62.1\ lb$$

$$P = 151\ lb$$

Aceleración de dos objetos conectados cuando la fricción está presente

Un bloque de masa m_1 sobre una superficie horizontal rugosa se conecta a una bola de masa m_2 mediante una cuerda ligera sobre una polea ligera sin fricción, como se muestra en la figura. Al bloque se aplica una fuerza de magnitud F en un ángulo θ con la horizontal como se muestra y el bloque se desliza hacia la derecha. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es μ_k. Determine la magnitud de la aceleración de los dos objetos.



Si supone que $\vec{\mathbf{F}}$ no es suficientemente grande como para levantar el bloque, éste se desliza hacia la derecha y la bola sube. La fuerza aplicada $\vec{\mathbf{F}}$ tiene componentes x y y $F\,cos\,\theta$ y $F\,sen\,\theta$, respectivamente. Ya que los dos objetos están conectados, se pueden igualar las magnitudes de la componente x de la aceleración del bloque y la componente y de la aceleración de la bola.

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta al bloque en la dirección horizontal:

$$\sum F_x = Fcos\theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$$

Aplique el modelo de partícula en equilibrio al bloque en la dirección vertical:

$$\sum F_y = n + \ Fsen\,\theta - m_1 g = 0$$

Aplique el modelo de partícula bajo una fuerza neta a la bola en la dirección vertical:

$$\sum F_y = T - m_2 g = \ m_2 a_y = \ m_2 a$$

Resuelva para n:

$$n = m_1 g - Fsen\theta$$

Sustituya n en $f_k = \mu_k n$ un de la ecuación 5.10:

$$f_k = \mu_k(m_1 g - F\sin\theta)$$

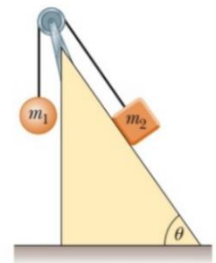
Sustituya el valor de T:

$$F\,cos\,\theta - \mu_k(m_1 g - F\,sen\,\theta) - m_2(a+g) = m_1 a$$

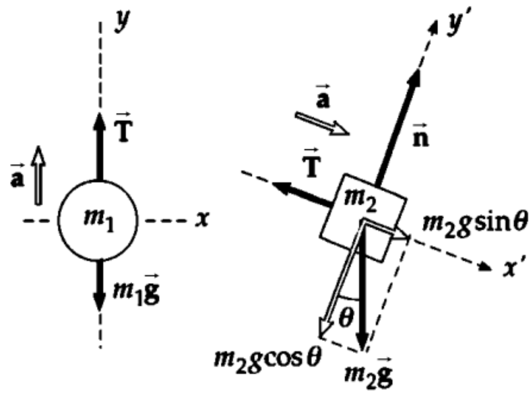
$$a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - (m_2 + \mu_k m_1)g}{m_1 + m_2}$$

Taller en Clase

1. Dos objetos se conectan mediante una cuerda ligera que pasa sobre una polea sin fricción, como se muestra en la figura P5.28. Dibuje diagramas de cuerpo libre de ambos objetos. Si supone que el plano no tiene fricción, m_1 = 2.00 kg, m_2 = 6.00 kg y θ = 55.0°, encuentre a) las aceleraciones de los objetos, b) la tensión en la cuerda y c) la rapidez de cada objeto 2.00 s después de que se liberan desde el reposo.



$m_1 = 2.00\ kg,\ \ m_2 = 6.00\ kg,\ \ \theta = 55.0°$



$$(a)\ \ \sum F_x = m_2 g\ sin\theta - T = m_2 a$$

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a$$

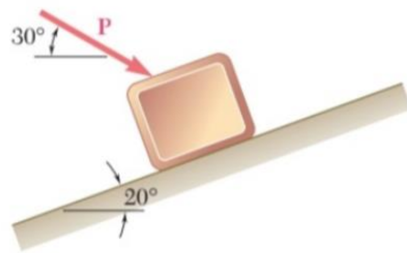
Igualando ambas tensiones...

$$a = \frac{m_2 g \sin\theta - m_1 g}{m_1 + m_2} = 3.57\ m/s^2$$

$$(b)\quad T = m_1(a+g) = 26.7\ N$$

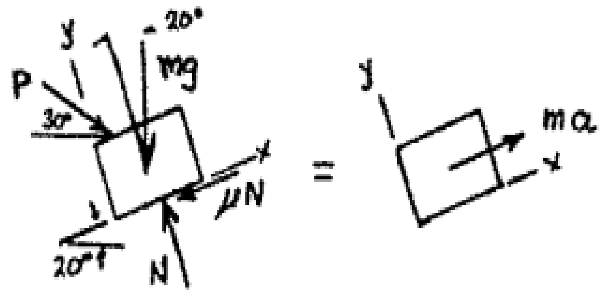
$$(c)\quad Como\ v_1 = 0, v_f = at = (3.57\ m/s^2)(2.00\ s) = 7.14\ m/s$$

2. Un paquete de 20 kg se encuentra en reposo sobre un plano inclinado cuando se le aplica una fuerza **P**. Determine la magnitud de **P** si se requieren 10 s para que el paquete recorra 5 m hacia arriba por el plano inclinado. Los coeficientes de fricción estática y cinética entre el paquete y el plano inclinado son iguales a 0.3.



$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = \frac{2x}{t^2} = \frac{(2)(5)}{(10)^2} = 0.100\ m/s^2$$



$$\nwarrow \sum F_y = 0: \quad \mathrm{N} - P\ sin\ 50° - mg\ cos\ 20° = 0$$

$$\mathrm{N} = P\ sin\ 50° + mg\ cos\ 20°$$

$$\nearrow \sum F_x = ma: \quad P\ cos\ 50° \ - mg\ sin\ 20° - \mu \mathrm{N} = ma$$

$$Pcos 50° - mgsin 20° - \mu(Psen 50° + mg\cos 20°) = ma$$

$$P = \frac{ma + mg(sen\ 20° + \mu\ cos\ 20°)}{cos\ 50° - \mu\ sen\ 50°}$$

Para impedir movimiento, colocar $a = 0$ y $\mu = \mu_x = 0.4$

$$P = \frac{(20)(0) + (20)(9.81)(sen\ 20° + 0.4\ cos\ 20°)}{cos\ 50° - 0.4\ sen\ 50°}$$

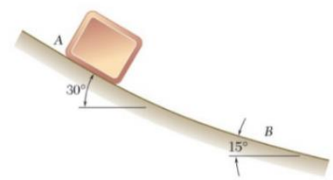
$$= 419\ N$$

Para movimiento con $a = 0.100\ m/s^2$, usar $\mu = \mu_k = 0.3$

$$P = \frac{(20)(0.100) + (20)(9.81)(sen\ 20° + 0.3\ cos\ 20°)}{cos\ 50° - 0.3\ sen\ 50°}$$

$$= 301\ N$$

3. La aceleración de un paquete que se desliza en el punto *A* es de 3 m/s². Si se supone que el coeficiente de fricción cinética es el mismo para cada sección, determine la aceleración del paquete en el punto *B*.

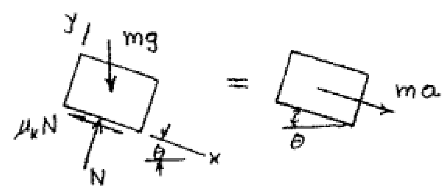


$$a_y = 0$$

$$\sum F_y = ma_y: \quad N - mg\cos\theta = 0$$

$$\sum F_x = ma_x: \quad mg\sin\theta - \mu_k \mathrm{N} = ma_x$$

$$a_x = g(sen\,\theta - \mu_k\cos\theta)$$



En el punto A $\qquad \theta = 30°, \; a_x = m/s^2$

$$\mu_k = \frac{g(sen\,30° - a_x)}{g\cos 30°}$$

$$= \frac{9.81\,sen\,30° - 3}{9.81\cos 30°}$$

$$= 0.22423$$

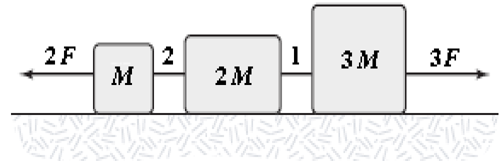
En el punto B $\qquad \theta = 15°, \; \mu_k = 0.22423$

$$a_x = 9.81(sen\,15° - 0.22423\cos 15°)$$

$$= 0.414\, m/s$$

Practica Tipo Examen

1. La superficie horizontal sobre la cual se deslizan los objetos es lisa. Si F = 12 N, ¿Cuál es la tensión de la cuerda 1?

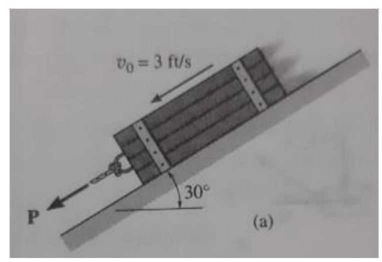


a. 35 N
b. 30 N
c. 40 N
d. 45 N
e. 25 N

2. Un bloque de ***4.0 kg*** se desliza por una inclinación de ***35 °*** a una velocidad constante cuando se aplica una fuerza de ***16 N*** actuando hacia arriba y paralela a la inclinación. ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie de la pendiente?

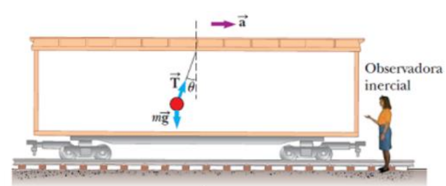
a. 0.20
b. 0.23
c. 0.26
d. 0.33
e. 0.41

3. La estiba que se ve en la figura tiene un peso de 50 libras, y está bajo la acción de una fuerza de magnitud variable P=20t, estando P en libras y t en segundos. Calcule la velocidad de la estiba 2 segundos después del inicio de la aplicación de P. La velocidad inicial de la estiva es de v0= 3 pies/s hacia abajo del plano, y el coeficiente de fricción cinética entre la estiba y el plano es μk = 0.3.



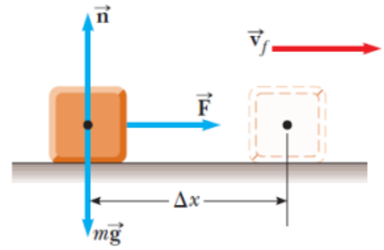
a. 36 ft/s
b. 52.4 ft/s
c. 25.7 ft/s
d. 44.2 ft/s
e. N. A.

4. Una esfera de masa m cuelga mediante una cuerda del techo de un vagón que acelera hacia la derecha, como se muestra. El observador inercial mide el ángulo Θ con la vertical percatándose que es de 18°. Con esta afirmación calcule la aceleración del vagón.



a. 9.35 m/s^2
b. 3.18 m/s^2
c. 1.13 m/s^2
d. 12.89 m/s^2
e. N. A.

5. Un bloque de 6.0 kg, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal que viene dada por F= 100X i N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 4.0 m.

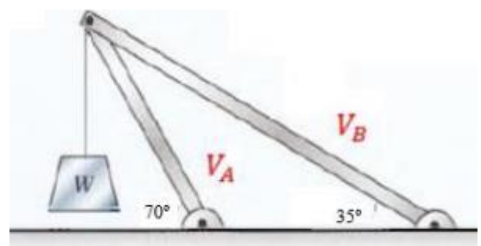


a. 6.33 m/s
b. 9.61 m/s
c. 26.67 m/s
d. 16.33 m/s
e. N. A.

6. Una masa de 0,50 kg unida al extremo de una cuerda se balancea en un círculo vertical (radio = 2,0 m). Cuando la cuerda está horizontal, la velocidad de la masa es 8,0 m/s. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de la cuerda sobre la masa en esta posición?

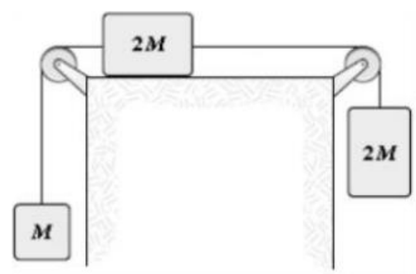
a. 16 N
b. 17 N
c. 21 N
d. 11 N
e. 25 N

7. Calcule el valor de la Viga (VB) para el siguiente sistema mostrado. El peso W = 500 N. Desprecie las masas de las vigas y la cuerda.



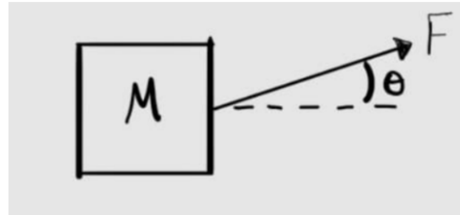
a. 644 N
b. 424 N
c. 172 N
d. 940 N
e. N.A.

8. Los tres bloques mostrados (abajo) se liberan desde el reposo y se observa que se mueven con aceleraciones que tienen una magnitud dada. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza de fricción sobre el bloque que se desliza horizontalmente? Ignore cualquier masa de la polea o fricción en la polea y use M = 2,0 kg. Donde $a = 1{,}5\ {}^{m}/_{s^2}$



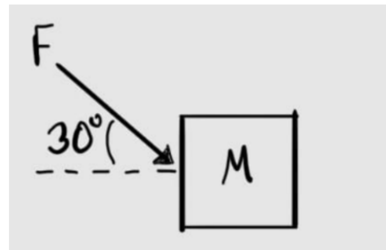
a. 6 N
b. 5,1 N
c. 5,5 N
d. 4,6 N
e. 3,7 N

9. El bloque mostrado es halado sobre una superficie horizontal con una rapidez constante por la fuerza mostrada. Si $m = 5Kg, F = 14N\ y\ \theta = 35$, Cual es el coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie?



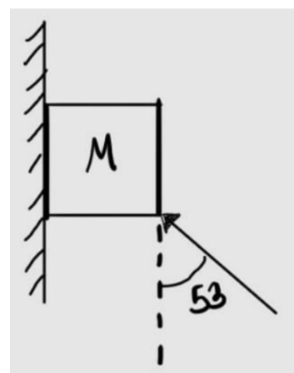
a. 0.44
b. 0.33
c. 0.38
d. 0.28
e. 0.17

10. Un bloque es empujado a través de una superficie horizontal por la fuerza que se muestra. Si el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.3 y $F = 20N$ y $m = 3Kg$, cual es la aceleración del bloque?



a. 2.8 m/s^2
b. 2.3 m/s^2
c. 1.8 m/s^2
d. 3.3 m/s^2
e. 5.4 m/s^2

11. Un bloque de masa $m = 10Kg$, esta sometido a una fuerza que lo empuja contra la superficie con un coeficiente de fricción cinético de 0.3, el cual mueve a velocidad constante. Determine la magnitud de fuerza F.

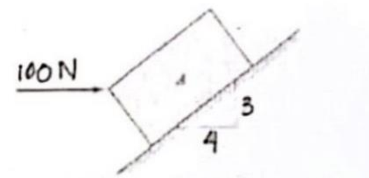


a. 250 N
b. 270 N
c. 320 N
d. 125 N
e. 78 N

Desarrollo

1. Un bloque de 2 kg arranca desde el reposo en la parte superior de un plano inclinado de 37 grados y requiere 6 segundos para llegar al final de la inclinación, en una distancia de 10m. Encuentre la fuerza de fricción que retraso el movimiento del bloque.

2. La masa del bloque A es de 3.5kg y el coeficiente de fricción con la superficie inclinada es de 0.5. Calcule la aceleración de A sometida a la acción de una fuerza horizontal de 100N.



3. Un bloque A de 1.4Kg descansa sobre la orilla de izquierda de un bloque B de longitud L = 4m y masa de 4.2Kg. El coeficiente de fricción cinético entre todas las superficies es de 0.3. Una fuerza horizontal constante de magnitud F = 40N se aplica al bloque B, poniéndolo en movimiento. Determine el tiempo que en que demora el bloque A en llegar al otro extremo del bloque B y ¿qué distancia se mueve el bloque B en ese tiempo?